Journal of Statistical Theory & Methods
1994, Vol. 5, pp49~57

퍼지확률회귀모형[1]

이호성[2] · 오창혁[3]

요약 기존의 퍼지회귀모형은 모수의 퍼지성질에 의해 관측된 종속변수의 변동을 설명하는 방법이다. 그러나 일반적으로 종속변수에 영향을 미치는 모든 독립변수를 모형화하는 일은 불가능하므로 종속변수가 삼각퍼지숫자로 관측된 경우 모형화되지 않은 변수들의 영향을 랜덤 오차항으로 두는 퍼지확률회귀모형을 소개하고 이에 따른 모수추정법을 다룬다. 이 방법은 통계적 회귀모형의 일반화로 간주할 수 있다.

1. 서론

선형회귀모형에서 모수를 퍼지숫자로 가정하는 퍼지회귀모형은 Tanaka 외(1980)에 의해 소개되었다. 이들은 모수가 삼각 퍼지숫자일 때, 이를 추정하는 방법을 제안하였다. 또한, Tanaka 외(1982)는 종속변수가 삼각퍼지숫자인 경우의 퍼지회귀모형에 관해 연구하였다. Tanaka(1987)와 Tanaka 외(1988)는 삼각 퍼지숫자를 보다 일반적인 대칭퍼지숫자로 확장하여 퍼지모수를 추정하는 방법을 제시하였다. Savic 외(1991)는 관측이 퍼지숫자가 아닌 경우에 대하여 또 다른 모수 추정법을 제시하고 위의 방법과 비교하였다. 종속변수와 독립변수가 모두 퍼지숫자인 경우에 대하여 Selmins(1987, 1991)는 최소제곱추정법을 이용한 퍼지모수추정법을 제시하고 이를 비선형모형에까지 확장하였다.

기존의 퍼지회귀모형은 모수의 퍼지성질에 의해 관측된 종속변수의 변동을 설명하는 방법이다. 그러나 일반적으로 종속변수에 영향을 미치는 모든 독립변수를 모형화하는 일은 불가능하다. 본 논문에서는 종속변수가 삼각퍼지숫자로 관측된 경우 모형

[1] 본 연구는 1993년도 영남대학교 학술연구조성비의 지원을 받았슴.
[2] (135-080) 서울특별시 강남구 역삼동 814 성업공사 빌딩내 대륙연구소 사회조사본부
[3] (712-749) 경상북도 경산시 대동 214-1 영남대학교 이과대학 통계학과

하는 일은 불가능하다. 본 논문에서는 종속변수가 삼각퍼지숫자로 관측된 경우 모형화되지 않은 변수들의 영향을 확률변수인 오차항으로 두고 그 오차항을 최소화하는 퍼지모수추정법을 다룬다. 이 방법은 통계적 회귀모형의 일반화로 간주할 수 있다.

제2장에서는 오차항을 고려한 퍼지확률회귀모형을 소개하고 컴퓨터를 이용한 모의실험을 통하여 기존의 퍼지회귀모형과 비교하였다.

2. 퍼지확률회귀모형

다음의 퍼지회귀모형을 생각한다.

$$Y_i = A_1 x_{i1} + \cdots + A_n x_{in} + E_i \,, \quad i = 1, \cdots, N \tag{1}$$

여기서 $Y_i = (y_i, e_i)$, $A_j = (c_j, w_j), j=1,\ldots,n$ 는 삼각퍼지숫자이며, $E_i = (\beta_i, \delta_i)$는 삼각퍼지확률변수이다. 단, β_i 와 δ_i 는 독립인 확률변수이며 기대값은 각각 0 와 μ > 0 이다. 또한, x_{ij} 는 실수이다.

모형 (1)에서 β_i와 δ_i는 각각 $Y_i - (A_1 x_{i1} + \cdots + A_n x_{in})$의 중심과 넓이이므로 다음을 만족하도록 $A_1, \cdots, A_n$을 추정한다.

$$\textit{Minimize} \ \sum\nolimits_{1 \le i \le N} \beta_i^2 \ \textit{and} \ \sum\nolimits_{1 \le i \le N} \delta_i$$

E_i에 대한 계수는 1이므로 Zadeh의 확장원리에 의해 Y_i의 포함 가능성은

$$\mu_{Y_i}(z) = \begin{cases} 1 - \dfrac{\left| z - \left(\sum_{j=1}^{n} c_j x_{ij} + \beta_i \right) \right|}{\sum_{j=1}^{n} w_j |x_{ij}| + \delta_i} & , \sum_{j=1}^{n} w_j |x_{ij}| + \delta_i > \left| z - \left(\sum_{j=1}^{n} c_j x_{ij} + \beta_i \right) \right| \\ 0 & , \sum_{j=1}^{n} w_j |x_{ij}| + \delta_i \le \left| z - \left(\sum_{j=1}^{n} c_j x_{ij} + \beta_i \right) \right| \end{cases}$$

임을 보일 수 있다. 즉,

$$Y_i = \left(\sum_{j=1}^{n} c_j x_{ij} + \beta_i , \sum_{j=1}^{n} w_j |x_{ij}| + \delta_i \right)$$

로써 퍼지확률변수가 된다. 두 삼각퍼지숫자가 같으려면 중심과 넓이가 각각 같아야 하므로

$$E_i = \left(y_i - \sum_{j=1}^{n} c_j x_{ij} , e_i - \sum_{j=1}^{n} w_j |x_{ij}| \right)$$

가 된다. 먼저

$$\sum_{i=1}^{N}\beta_i^2=\sum_{i=1}^{N}\left(y_i-\sum_{j=1}^{n}c_jx_{ij}\right)^2$$

을 최소화하는 $(c_1,\cdots,c_n)$을 $(c_1,\cdots,c_n)$의 추정량으로 한다. 즉,

$$(\hat{c}_1,\cdots,\hat{c}_n)'=(x'x)^{-1}x'y$$

여기서

$$x=\begin{pmatrix}x_{11} & \cdots & x_{1n}\\ \vdots & & \\ x_{N1} & \cdots & x_{Nn}\end{pmatrix},\quad y=(y_1,\cdots,y_N)'$$

또한, $(w_1,\cdots,w_n)$에 대한 추정량으로

$$\sum_{i=1}^{N}\delta_i=\sum_{i=1}^{N}\left[e_i-\sum_{j=1}^{n}w_j|x_{ij}|\right]$$

를 최소화하는 $(w_1,\cdots,w_n)$의 값 $\hat{w}_1,\cdots,\hat{w}_n$으로 한다. 단,

$$\delta_i\geq 0,\quad i=1,\cdots,N$$

즉, $\hat{w}_1,\cdots,\hat{w}_n$은 다음 선형계획문제의 해이다.

$$\begin{aligned}&\text{minimize}\quad \sum_{i=1}^{N}\left(e_i-w_1|x_{i1}|-\cdots-w_n|x_{in}|\right)\\ &s.t.\quad e_i-w_1|x_{i1}|-\cdots-w_n|x_{in}|\geq 0,\quad i=1,\cdots,N\end{aligned}\tag{2}$$

한편, $\delta_i=e_i-w_1|x_{i1}|-\cdots-w_n|x_{in}|$이므로 오차항의 넓이의 평균 μ에 대한 추정량은 δ_i의 표본평균으로 한다. 단, w_i는 미지의 값이므로 $\hat{w}_i$를 대입한다. 즉,

$$\hat{\mu}=\sum_{i=1}^{N}\left(e_i-\hat{w}_1|x_{i1}|-\cdots-\hat{w}_n|x_{in}|\right)\Big/N$$

이다. 따라서 추정된 모형은 다음과 같다.

$$\hat{Y}_i=\left(\sum_{j=1}^{n}\hat{c}_jx_{ij},\ \sum_{j=1}^{n}\hat{w}_j|x_{ij}|+\hat{\mu}\right)$$

만일 모든 e_i가 0이라면, (4.2)의 해는 $w_1=\cdots=w_n=0$이므로 모형(1)은 보통의 회귀모형이 된다. 즉, 이 모형은 통계적회귀 모형의 확장이다.

Danaka 외(1980)의 퍼지회귀모형에서는 n개의 독립변수 $x_1,\cdots,x_n$에 의하여 Y_i 의 변동을 설명하기 위하여 추정 $\hat{Y}_i$이 관측 Y_i를 항상 덮도록 $A_1,\ \cdots,A_n$를 추정하였다.

$$supp(Y_i) \subset supp(\hat{Y}_i) \tag{3}$$

의 조건하에서 $A_1,\cdots,A_n$를 추정하였다. 그러나 퍼지확률모형은 오차항을 포함시켜 모수 $A_1,\cdots,A_n$를 추정할 때 (3)의 제약조건을 가정하지 않는다.

예제. 다음의 자료는 1979년 부터 1983년 까지 일본의 분기당 달러의 환율과 석유, 화학, 철강, 전기, 자동차 산업지수이다. Tanaka 외(1988) 참조.

표 1. 엔화의 분기당 환율과 석유, 화학, 철강, 전기, 자동차 산업지수

관측	년도	분기	$Y_i=(y_i,e_i)$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	1979	3	(218.75.10.94)	106.1	89.3	111.6	83.3	89.1
2		4	(238.37, 11.92)	98.1	84.1	104.4	78.0	88.8
3	1980	1	(243.38, 12.17)	89.2	76.7	100.1	70.8	87.5
4		2	(233.20, 11.66)	96.8	71.1	95.9	71.3	81.7
5		3	(220.19, 11.01)	101.7	68.9	92.7	70.4	80.5
6		4	(210.76, 10.54)	102.9	69.9	95.5	71.1	80.6
7	1981	1	(205.44, 10.27)	98.9	70.9	96.6	73.7	81.5
8		2	(219.75, 10.99)	94.4	70.4	95.4	74.8	83.4
9		3	(231.80, 11.59)	94.8	68.5	93.0	75.1	84.1
10		4	(224.93, 11.25)	98.1	68.8	93.4	75.5	83.8
11	1982	1	(233.05, 11.65)	96.5	69.0	92.3	76.3	84.9
12		2	(244.14, 12.21)	96.1	68.6	89.7	76.6	85.4
13		3	(258.62, 12.93)	93.9	68.2	86.8	76.2	85.1
14		4	(260.22, 13.91)	95.9	67.4	86.4	75.1	85.1
15	1983	2	(235.67, 11.78)	106.1	67.5	87.7	74.3	83.9

이 자료에서 Y_i는 각 분기당 달러에 대한 엔화의 환율이며 x_1,x_2,x_3,x_4,x_5는 각각 석유, 화학, 철강, 전기 그리고 자동차 산업 부문의 산업지수이다. 이 자료에 대해 모형

$$Y_i = A_0 + A_1x_{i1} + A_2x_{i2} + A_3x_{i3} + A_4x_{i4} + A_5x_{i5}\ , \quad i=1,\cdots,13 \tag{4}$$

를 가정하고 제약조건 H=0 하에서 $\sum_{i=1}^{13}\sum_{j=1}^{5} w_j|x_{ij}|$ 를 최소화하는 방법(모형 I)과 $\sum_{j=1}^{5} w_j$ 를 최소화하는 방법(모형 II)에 의해 퍼지모수 $A_0,\cdots,A_5$을 추정하였다. 또한 퍼지확률회귀모형

$$Y_i = A_0 + A_1x_{i1} + A_2x_{i2} + A_3x_{i3} + A_4x_{i4} + A_5x_{i5} + E_i\ , \quad i=1,\cdots,13 \tag{5}$$

을 가정하고 앞에서 논의된 방법에 의해 퍼지모수 $A_0, \cdots, A_5$와 오차항 넓이의 평균 μ를 추정하였다(모형 III). 식 (4)의 모형이 환율에 영향을 미치는 요인은 5가지 산업부문의 가격지수 뿐이라고 가정하는데 반해 모형(5)는 그 외에도 다른 요인들이 환율에 영향을 미치고 있음을 가정하고 있다. 각 방법에 의해 추정된 모수는 표 2와 같다.

표 2. 추정된 모수

모형	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	μ
I	(623.0,0)	(-1.51,0)	(6.15,0)	(-6.19,0.19)	(-1.85,0)	(0.46,0)	
II	(617.24,0)	(-1.28,0.19)	(6.34,0)	(-6.47.-,0)	(-1.81,0)	(0.40,0)	
III	(351.70,3.09)	(-0.80,0)	(3.38,0)	(-4.67,0)	(-1.12,0)	(2.44,0.09)	0.95

3가지 방법에 의한 각 관측의 추정을 다음 표 3에 나타내었다.

표 3. 각 관측의 추정

관측	모형 I	모형 II	모형 III
1	(208.57.21.12)	(209.75.19.94)	(216.22.11.89)
2	(242.90.19.76)	(243.11.18.43)	(241.26.11.86)
3	(250.16.18.95)	(247.97.16.76)	(244.63.11.75)
4	(226.71.18.15)	(226.67.18.19}	(221.77.11.24)
5	(226.73.17.55)	(228.29.19.11)	(222.36.11.13)
6	(212.48.18.08)	(213.75.19.33)	(211.67.11.14)
7	(213.46.18.29)	(213.75.18.58)	(212.88.11.22)
8	(223.44.18.06)	(222.88.17.74)	(223.53.11.39)
9	(225.79.17.60)	(225.58.17.81)	(228.43.11.45)
10	(219.30.17.68)	(219.81.18.43)	(223.91.11.42)
11	(228.78.17.47)	(229.24.18.13)	(232.89.11.52)
12	(242.70.16.98)	(243.68.18.06)	(244.68.11.57)
13	(262.12.16.43)	(263.33.17.64)	(258.14.11.54)
14	(258.70.16.35)	(260.28.18.02)	(256.55.11.54)
15	(236.81.16.60)	(240.38.19.94)	(240.70.11.43)

모형의 타당성을 확인하기 위한 자료 14, 15에서, 모형 I, II에 의한 추정은 관측된 변동을 설명할 수 있지만 앞으로의 예측에 대해서도 이 사실이 보장되는 것은 아니다. 이 자료에서 Y_i는 분기 당 환율의 변동을 나타내므로 구간 $[y_i - e_i, y_i + e_i]$가 중요한 의미를 지니게 된다. 그러므로 환율의 분기당 하한가 $y_i - e_i$와 상한가 $y_i + e_i$를 보다 정확하게 추정하는 모형이 좋은 모형이라 할 수 있다. 다음 표 4에 하한가와 상한가의 추정오차 $L = |(y_i - e_i) - (\hat{y}_i - \hat{e}_i)|$ 과 $U = |(y_i + e_i) - (\hat{y}_i + \hat{e}_i)|$의 평균과 분산을 나타내었다. 모형 I, II에서는 $H = 0$일 때 추정오차가 가장 적다.
이 표에서 모형 III에 의한 추정이 평균추정오차뿐 아니라 그 분산도 가장 적음을 볼 수 있다.

표 4. L과 U의 평균과 분산

	모형 I	모형 II	모형 III
L의 평균(분산)	6.63(41.49)	6.43(38.21)	2.91(8.86)
U의 평균(분산)	6.75(36.43)	7.27(36.74)	3.08(11.68)

독립변수 $x_1,\cdots,x_5$중에서 몇 개의 변수에 대한 자료를 얻지 못한 경우를 가정할 수 있다. 이런 경우 모형 I, II, III을 비교하기 위하여 다음 표 5에 변수를 하나씩 제거해 가면서 추정오차의 평균과 분산 그리고 0이 아닌 퍼지 모수의 넓이를 나타내었다. 이 표로부터 어느 경우건 모형 III에 의한 추정이 가장 좋음을 볼 수 있다. 모형 I, II에서는 제거되는 변수에 따라 퍼지성질이 나타나는 모수가 규칙성을 지니지 않지만 모형 III에서는 규칙성을 지닌다. 즉, 모형 III에서는 Y_i의 퍼지성질에 가장 영향을 미치는 변수는 x_5, x_4순이며 이들 변수가 제거됨에 따라 A_0와 E의 넓이가 증가함을 볼 수 있다.

만일 x_2가 자료로 수집되지 않았다면 모형 I, II에 의한 자료 15의 추정은 각각 (251.07, 270.12), (253.23, 22.30)이 되어 관측 Y_{15} 를 제대로 설명할 수 없게 된다.

표 5. *L*과 *U*의 평균, 분산 및 모수

변수	모형	*L*의 평균(분산)	*U*의 평균(분산)	모수
x_1,x_2,x_3,x_4,x_5	I	6.63 (41.49)	6.75 (36.43)	$w_3=0.19$
	II	6.43 (38.21)	7.27 (36.74)	$w_1=0.19$
	III	2.91 (8.86)	3.08 (11.68)	$w_0=3.09, w_5=0.09, \mu=0.95$
x_2,x_3,x_4,x_5	I	6.42 (34.32)	9.62 (44.63)	$w_0=19.49$
	II	5.48 (26.00)	10.86 (51.64)	$w_3=0.20$
	III	3.00 (10.26)	3.31 (12.51)	$w_0=3.09, w_5=0.09, \mu=0.95$
x_1,x_3,x_4,x_5	I	6.20 (67.94)	11.39 (57.61)	$w_3=0.21$
	II	6.72 (58.05)	11.32 (65.27)	$w_1=0.21$
	III	4.18 (14.40)	4.43 (19.30)	$w_0=3.09, w_5=0.09, \mu=0.95$
x_1,x_2,x_4,x_5	I	9.24 (92.41)	13.89 (100.77)	$w_0=23.04$
	II	9.95 (113.07)	14.10 (105.03)	$w_1=0.24$
	III	6.13 (20.83)	6.73 (25.90)	$w_0=3.09, w_5=0.09, \mu=0.95$
x_1,x_2,x_3,x_5	I	8.21 (45.67)	6.81 (42.38)	$w_0=18.98$
	II	8.79 (48.33)	6.33 (36.95)	$w_1=0.20$
	III	3.14 (10.15)	3.11 (14.91)	$w_0=3.09, w_5=0.09, \mu=0.95$
x_1,x_2,x_3,x_4	I	6.97 (41.73)	6.51 (36.90)	$w_3=0.19$
	II	6.72 (38.50)	7.06 (34.81)	$w_1=0.19$
	III	3.46 (7.73)	3.52 (11.80)	$w_0=5.13, w_4=0.07, \mu=1.12$

표 5. (계속)

x_3, x_4, x_5	I	6.54	(67.06)	11.30	(56.63)	$w_3 = 0.21$
	II	6.54	(67.06)	11.30	(56.63)	$w_3 = 0.21$
	III	4.52	(12.17)	4.76	(17.24)	$w_0 = 3.09, w_5 = 0.09, \mu = 0.95$
x_2, x_4, x_5	I	9.60	(113.17)	14.14	(103.44)	$w_4 = 0.31$
	II	9.53	(102.12)	14.40	(100.66)	$w_5 = 0.28$
	III	6.20	(20.00)	6.79	(25.28)	$w_0 = 3.09, w_5 = 0.09, \mu = 0.95$
x_2, x_3, x_5	I	6.69	(56.36)	14.30	(75.37)	$w_3 = 0.23$
	II	6.69	(56.36)	14.30	(75.37)	$w_3 = 0.23$
	III	4.13	(19.56)	4.85	(20.92)	$w_0 = 3.09, w_5 = 0.09, \mu = 0.95$
x_2, x_3, x_4	I	9.12	(57.63)	10.93	(95.95)	$w_3 = 0.22$
	II	9.12	(57.63)	10.93	(95.95)	$w_3 = 0.22$
	III	5.62	(16.70)	6.05	(22.48)	$w_0 = 5.13, w_4 = 0.07, \mu = 1.12$
x_1, x_4, x_5	I	12.77	(122.45)	18.42	(162.40)	$w_4 = 0.36$
	II	14.41	(161.45)	18.47	(164.23)	$w_1 = 0.29$
	III	6.91	(35.35)	7.56	(44.34)	$w_0 = 3.09, w_5 = 0.09, \mu = 0.95$
x_1, x_3, x_5	I	11.78	(85.52)	10.28	(73.26)	$w_3 = 0.23$
	II	11.76	(66.01)	10.69	(73.26)	$w_1 = 0.23$
	III	5.16	(14.49)	5.49	(20.16)	$w_0 = 3.09, w_5 = 0.09, \mu = 0.95$
x_1, x_3, x_4	I	16.32	(91.83)	11.00	(108.87)	$w_0 = 25.13$
	II	16.37	(113.51)	11.09	(109.79)	$w_3 = 0.26$
	III	7.50	(24.94)	8.03	(35.05)	$w_0 = 5.13, w_4 = 0.07, \mu = 1.12$
x_1, x_2, x_5	I	11.20	(92.05)	13.93	(106.73)	$w_0 = 24.04$
	II	11.23	(100.63)	14.77	(114.94)	$w_1 = 0.25$
	III	6.52	(21.30)	7.16	(26.65)	$w_0 = 3.09, w_5 = 0.09, \mu = 0.95$
x_1, x_2, x_4	I	18.94	(131.80)	12.60	(150.20)	$w_0 = 27.24$
	II	20.73	(139.37)	12.60	(150.20)	$w_1 = 0.29$
	III	7.22	(37.83)	7.80	(49.19)	$w_0 = 5.13, w_4 = 0.07, \mu = 1.12$
x_1, x_2, x_3	I	6.48	(31.82)	10.74	(29.69)	$w_0 = 20.08$
	II	6.48	(31.82)	11.03	(27.47)	$w_1 = 0.21$
	III	3.33	(9.20)	3.38	(13.40)	$w_0 = 7.69, w_4 = 0.04, \mu = 1.14$

5.2. 모의실험

표 4의 자료에 대한 모형 (5.2)에서 $A_0 = (51.14, 13.91)$, $A_1 = (0.04, 0.15)$, $A_2 = (0.71, 0.08)$, $A_3 = (1.32, 0.41)$, $A_4 = (0.09, 0.33)$, $A_5 = (0.55, 1.16)$을 가정하였다. 또한 β_i, δ_i에 대해서는 $\beta_i \sim N(0, \sigma^2)$, $\delta_i \sim EXP(\lambda)$을 가정하였다. (σ, λ)가 (1, 1), (5, 5), (10, 10)인 경우에 대하여 난수의 쌍 (β_i, δ_i)를 각각 1000회씩 발생시켜 Y_i를 얻었다. 모형 I, II, III에 의한 모수 추정이 얼마나 정확한가를 보기 위하여 $c_0, \cdots, c_5$, $w_0, \cdots, w_5$에 대한 각 모형의 절대오차(AE)의 평균과 분산을 구하였다. 이것을 다음 표 6에 나타내었다. 이 표로부터 w_2를 제외하고는 모형 III에 의한 모수추정이 절대오차의 평균뿐 아니라 그 분산도 적음을 볼 수 있다. w_0, w_2, w_4, w_5에 대한 모형 II의 추정에서 AE의 분산이 0인데 이는 이모형에서는 자료에 관계없이 항상 0으로 추정하기 때문이다. σ와 λ는 각각 오차항의 중심과 넓이의 표준 편차이므로 σ와 λ가 커짐에 따라 AE의 평균과 분산이 커짐을 볼 수 있다.

표 6. 모의실험 결과

(σ, λ)	모수	AE의 평균(분산) : I	AE의 평균(분산) : II	AE의 평균(분산) : III
	c_0	42.22 (1201.47)	92.72 (6273.40)	28.27 (447.00)
	c_1	0.19 (0.03)	0.64 (0.29)	0.13 (0.01)
	c_2	0.36 (0.08)	0.76 (0.33)	0.23 (0.03)
	c_3	0.26 (0.04)	0.55 (0.18)	0.16 (0.02)
	c_4	0.22 (0.03)	0.61 (0.54)	0.15 (0.01)
$\sigma=1$	c_5	0.51 (0.19)	1.60 (1.03)	0.35 (0.07)
$\lambda=1$	w_0	23.98 (427.17)	13.91 (0.00)	13.50 (107.57)
	w_1	0.12 (0.00)	1.07 (0.01)	0.06 (0.00)
	w_2	0.14 (0.02)	0.08 (0.00)	0.13 (0.01)
	w_3	0.16 (0.02)	0.50 (0.01)	0.10 (0.01)
	w_4	0.22 (0.02)	0.33 (0.00)	0.11 (0.01)
	w_5	0.34 (0.07)	1.16 (0.00)	0.19 (0.02)
	c_0	188.31 (27734.03)	209.91 (40886.85)	130.11 (10021.27)
	c_1	0.87 (0.61)	1.16 (1.40)	0.61 (0.23)
	c_2	1.75 (3.58)	1.64 (3.19)	1.09 (2.44)
	c_3	1.34 (1.43)	1.22 (0.99)	0.75 (0.34)
	c_4	1.04 (1.03)	1.42 (2.12)	0.76 (0.76)
$\sigma=5$	c_5	2.30 (4.88)	2.82 (7.47)	1.64 (1.58)
$\lambda=5$	w_0	51.09 (2318.47)	13.91 (0.00)	22.76 (434.89)
	w_1	0.23 (0.07)	1.25 (0.24)	0.14 (0.01)
	w_2	0.22 (0.14)	0.08 (0.00)	0.32 (0.06)
	w_3	0.34 (0.02)	0.49 (0.16)	0.25 (0.02)
	w_4	0.77 (0.48)	0.33 (0.00)	0.28 (0.04)
	w_5	0.83 (0.16)	1.16 (0.00)	0.38 (0.10)

표 6. 모의실험 결과

	c_0	339.87	(111615.63)	356.19	(127923.47)	270.40	(42738.30)
	c_1	1.78	(3.03)	1.98	(3.87)	1.26	(0.91)
	c_2	2.99	(7.77)	2.81	(8.51)	2.16	(2.62)
	c_3	2.38	(4.42)	2.26	(4.43)	1.54	(1.31)
	c_4	2.05	(4.21)	2.42	(5.68)	1.47	(1.30)
$\sigma=10$	c_5	4.14	(16.63)	4.57	(20.55)	3.36	(6.87)
$\lambda=10$	w_0	56.45	(4256.35)	13.91	(0.00)	25.90	(608.20)
	w_1	0.36	(0.26)	1.54	(0.54)	0.17	(0.02)
	w_2	0.27	(0.29)	0.08	(0.00)	0.46	(0.14)
	w_3	0.41	(0.04)	0.60	(0.28)	0.31	(0.02)
	w_4	1.06	(0.95)	0.33	(0.00)	0.37	(0.08)
	w_5	1.02	(0.09)	1.16	(0.00)	0.52	(0.15)

참 고 문 헌

(1) Tanaka, H., Uejima, S., and Asai, K. (1980), *Fuzzy linear regression model,* International Congress on Applied Systems and Research and Cybernetics, Acapulco, Mexico.

(2) Tanaka, H., Uejima, S., and Asai, K. (1982) *Linear regression analysis with fuzzy model*, IEEE Trans. on Systems man Cybernet., vol. SMC-12, no. 6, pp. 903-907.

(3) Tanaka, H.(1987), *Fuzzy data analysis by possibilistic linear models*, Fuzzy Sets and Systems, vol. 24, pp. 363-375.

(4) Tanaka, H. and Watada, J.(1988) *Possibilistic linear systems and their application to the linear regression model*, Fuzzy Sets and Systems, vol. 27, pp. 275-289.

(5) Savic, D. A. and Pedrycz, W.(1991) *Evaluations of fuzzy linear regression models*, Fuzzy Sets and Systems, vol. 39, pp. 51-63.

(6) Selmins, A.(1987) *Least square model fitting to fuzzy vector data*, Fuzzy Sets and Systems, vol. 22, pp. 245-269.

(7) Selmins, A.(1991) *A practical approach to nonlinear fuzzy regression*, SIAM J. Sci. Stat. Comput., vol. 12, no. 3, pp. 521-546.