

# 퍼지 논리를 이용한 영상분할에서의 확률정보의 효과

The effect of the probability information  
for image segmentation using a fuzzy logic

여 우 진  
홍 상 민  
박 인 귀  
진 단 복

## ABSTRACT

In case of segmenting an image by a fuzzy logic, an image segmentation algorithm is presented which is derived under the index of fuzziness and its probabilistic information using the total uncertainty of information contained in fuzzy sets. By describing the image with fuzzy sets, the total uncertainty of a fuzzy set consists of the uncertain information arising from its fuzziness and the uncertain information arising from the randomness in its ordinary set. The total entropy function is computed by locally applying the index of fuzziness and its probabilistic information within the width of the fuzzy region to optimally segment all the boundary regions in the image. While the conventional algorithms segment the image with 3~8 or so clusters by the fuzzy entropy, this algorithm carries out the optimal partition for image segmentation with 55 or so clusters using the global and local entropy maxima computed by the optimized entropy function.

And it is very effective for the image whose histogram has no clear peaks and valleys, or the probabilistic model of the image. A number of experiments with different kinds of images showed that the proposed algorithm turns out better by segmenting the image with more clusters 5, 8 and 13 times than the conventional algorithm for Device, Lenna and Girl images respectively.

## I. 서 론

유사한 특징을 갖는 데이터들을 하나의 클러스터로 분류하는 과정은 인간 활동의 가장 기본적인 과정으로써 임의의 패턴 공간에서

- 
- \* 대학원 전자공학과 석사과정
  - \*\* 대학원 전자공학과 박사과정
  - \*\*\* 대학원 전자공학과 박사과정
  - \*\*\*\* 대학원 전자공학과 교수

같은 특징을 갖는 패턴들을 분류하는 일은 여러 분야에서 매우 중요한 일이며, 특히 영상 처리의 영상 분할에서도 매우 중요하게 인식되어져 왔다.

영상 분할은 영상을 어떠한 특성들을 기초로 하여 상호 동질의 성분들로 나누는 과정이며 이는 영상 처리와 해석에 중요한 역할을 한다.<sup>[1][2]</sup> 과거 수년 동안 영상 분할에 관한 많은 연구가 이루어졌으며, Thresholding, Region Processing, Fuzzy 클러스터링 그리고 퍼지 엔트로피에 의한 방법 등을 들 수 있다. 다른 분야도 마찬가지겠지만, 퍼지개념이 소개된 이래 영상 분할에 대한 활발한 연구로 인해 퍼지 c-means 알고리즘이 개발되었다. 그러나 퍼지 c-means 알고리즘은 반복 처리에 의한 알고리즘으로 처리 시간이 길고(경험으로는 UNIX상에서 10시간 정도), 마땅한 종결 조건(cluster validity)이 나와 있지 않을 뿐만 아니라 분할되는 클러스터도 적다<sup>[3][4][5][6][7]</sup>. 또한 퍼지 정도의 척도로 이용되는 퍼지 정도의 지수엔트로피 알고리즘 역시 퍼지집합이 가지는 모든 애매한 정보 중에서 퍼지집합의 애매성에 의한 정보만을 이용하므로써, 분할되는 클러스터가 적어 최적의 영상 분할에 못 미치는 문제점을 안고 있다.

본 논문에서는 퍼지집합에 의해 발생하는 모든 불확실한 정보는 퍼지정도에 의한 불확실한 정보와 그에 따른 확률적 정보로 이루어져 있다는 사실을 이용하여, 퍼지집합에 상응하는 보통 집합의 불규칙성으로 인한 확률적 정보까지를 포함 시킴으로써 영상 분할의 성능을 개선하고자 한다. 영상 내의 여러 퍼지

집합이 가지는 엔트로피 중에서 최대 엔트로피(maximum entropy) 값이 영상의 경계 영역에 해당하며 서로 다른 영역으로 영상을 분할하는데에 매우 적합하기 때문에, 효율적인 영상 분할을 위해서는 하나의 일반적 엔트로피(global entropy)만을 구하는 기존의 최대 엔트로피 원리를 확장하여, 많은 국부적 최대치(local maxima) 엔트로피를 구함으로써 영상 분할의 성능을 향상시킨다. II장에서는 영상에서의 퍼지정도와 엔트로피를 살펴보고 III장에서는 제안한 알고리즘을 설명하며 IV장에서는 실제 영상에 대하여 수행한 결과를 보이고, 마지막으로 V장에서는 본 연구에 대한 결론을 맺는다.

## II. 퍼지집합과 퍼지정도의 지수

퍼지 집합의 개념을 이용하여  $L_{min}(0)$ 에서  $L_{max}(255)$ 까지의  $L(256)$  그레이 레벨을 가지는  $M * N$  차원의 영상  $X$ 는 여러 개의 퍼지 단일값(singleton)의 배열로서 정의할 수 있다. 각각은 임의의 그레이 레벨  $l$  ( $l = 1, 2, \dots, L$ )에 관계하는 밝기의 정도를 나타내는 멤버십 함수값을 가지며 퍼지 집합으로 표시하면 다음과 같다.<sup>[8]</sup>

$$X = \{ \mu_x(x_{mn}), m = 1, 2, \dots, M; \\ n = 1, 2, \dots, N \}$$

단,  $\mu_x(x_{mn})$ 은  $(m,n)$ 번째 픽셀이 가지는 밝기의 정도를 표시한다.

영상 X에 존재하는 퍼지 정도의 척도는 다음과 같이 퍼지 집합 X의 퍼지정도의 지수에 의하여 측정될 수 있다.<sup>[9]</sup>

$$H_F(X) = \frac{2}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \min \{ S_n(\mu_X(x_{mn})), (1 - S_n(\mu_X(x_{mn}))) \} \quad (1)$$

$$S_n(\mu_X(x_{mn})) = -\mu_X(x_{mn}) \ln \mu_X(x_{mn}) - (1 - \mu_X(x_{mn})) \ln (1 - \mu_X(x_{mn})) \quad (2)$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

식 (1)은 퍼지 집합들로 구성된 영상 X의 퍼지정도의 척도를 측정하며, 식(2)의 Shannon 함수는 그림 1에서와 같이 [0, 0.5]에서는 단조적으로 증가하고 [0.5, 1]에서는 단조적으로 감소하며,  $\mu_X(x_{mn}) = 0.5$ 에서 최대값을 가진다. 위에서 정의된 바와 같이 퍼지 집합의 퍼지정도의 지수를 사용하여 확률적 시스템의 불확실성을 나타낼 수가 있다. 영상 X에 존재하는 패턴들은 본래 서로 다른 특징들의 영역을 가지기 때문에, 패턴 분류시에 경계영역과 같이 두개의 인접한 영역이 존재한다고 가정할 경우에 어느 한쪽에 속한다고 보기가 애매한 영역을 가지기 마련이다. 그래서 영상 X의 퍼지정도의 척도를 측정하기 위하여 퍼지 집합의 특징인 멤버십 함수  $\mu_X(x_{mn})$ 를 사용함으로써, 식(2)의 Shannon 함수를 적용하여  $\mu_X(x_{mn})$ 를 정의하면 다

음과 같다.<sup>[10]</sup>

$$\mu_X(x_{mn}) = S(x_{mn}; a, b, c) = \begin{cases} 0 & x_{mn} \leq a \\ 2 * [(x_{mn} - a) / (c - a)]^2 & a \leq x_{mn} \leq b \\ 1 - 2 * [(x_{mn} - c) / (c - a)]^2 & b \leq x_{mn} \leq c \\ 1 & x_{mn} \geq c \end{cases} \quad (3)$$

degree of membership

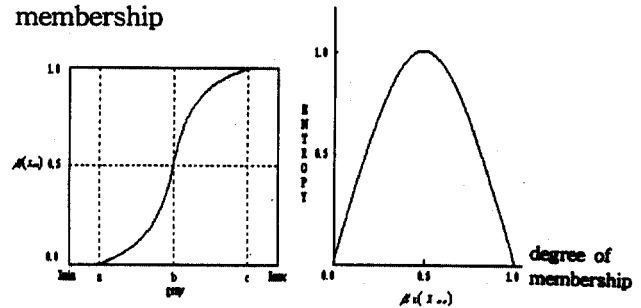


그림 1 Shannon 함수와 정규화 분포

그림 1에서 간격 [a, c]가 퍼지영역에 해당하며 교차점 b는  $(a + c)/2$  이고, 퍼지영역 폭은  $2\Delta b = c - a$ 이다. 퍼지영역 폭을 [a, c]에 의해서 멤버십함수가 퍼지영역 [a, c]에 할당된 그레이레벨 값에 대해 탄성적 제약조건으로 작용함으로써, 멤버십함수는 퍼지영역의 퍼지제약으로써의 가능성 분포를 이룬다. 영상 X의 [Lmin, a]와 [c, Lmax]영역은 크리스프 이거나 비퍼지 영역이다.<sup>[11]</sup>

### III. 제안된 퍼지 정도의 지수 알고리즘

기존의 최대 엔트로피(maximum entropy) 원리는 단 한 개의 국부적 최대치(local maximum)

해를 구할 뿐이다. 그러나 대개는 영상 분할 문제에 있어서 여러 가지 서로 다른 상황을 접하게 되는데, 일반적 최대치(global maximum) 해는 2차 영상 분류 즉 임계값 설정을 의미하게 된다. 그러나 하나의 임계값을 가지고는 픽셀 분류와 같은 영상분할에는 유효한 방법이라 할 수가 없다. 따라서 픽셀 분류를 효율적으로 수행하기 위해서는 먼저 퍼지집합에 의해 발생하는 전체적인 불확실성 정보 즉, 퍼지집합의 퍼지정도에 의한 불확실성의 정보와 그 퍼지집합에 가장 부합되는 보통집합의 불규칙성(randomness)에 의한 불확실성의 두가지의 정보를 토대로 해서 퍼지정도의 지수를 구한다. 여기에서 얻어지는 일반적 최대치(global maximum)를 포함해서 여러 개의 국부적 최대치(local maxima)를 이용한 분류 방법이 픽셀 분류와 같은 영상분할에 효율적이다. 결국 퍼지집합에 대한 보통집합 원소들의 불규칙성으로 인한 불확실성의 확률적 정보를 고려한 분포는 그림 2와 같다.<sup>[12][13]</sup>

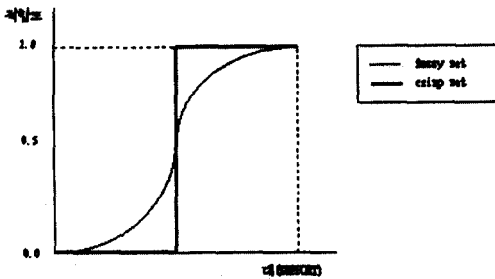


그림 2. 퍼지집합과 보통집합의 분포

$$\mu(x_i) = \begin{cases} 0 & \mu_A(x_i) < 0.5 \\ 0 \text{ 혹은 } 1 & \mu_A(x_i) = 0.5 \\ 0 & \mu_A(x_i) < 0.5 \end{cases} \quad (4)$$

$$H_P(P1, F0) = -P1 \log P1 - F0 \log F0$$

$$P1 = \frac{m+0.5r}{m+r+n}, F0 = \frac{m+0.5r}{m+r+n} \quad (5)$$

$$\text{단, } \begin{cases} m = \mu_A(x_i) > 0.5 \text{인 원소들의 수} \\ r = \mu_A(x_i) = 0.5 \text{인 원소들의 수} \\ n = \mu_A(x_i) < 0.5 \text{인 원소들의 수} \end{cases}$$

식(4)(5)에서 정의된 확률정보를 퍼지영역내의 각각의 교차점의 퍼지정보에 대해서 국부적으로 확장하여 적용함으로써 퍼지집합의 전체적인 불확실한 정보를 구할 수 있다. 임의의 영상에서 A 와 B 의 두 영역이 있다고 가정하자. 영상 분할의 견지에서 볼 때, 두 영역 즉 A 와 B 의 경계영역에 존재하는 픽셀들은 그들이 클러스터 A에 속하는지 클러스터 B에 속하는지를 결정하는데 상당한 어려움이 있게 된다. 이와 같은 경계영역에 존재하는 픽셀들은 대개 가장 큰 값의 퍼지정도의 지수를 가지게 된다. 따라서, 임의의 영상에 대한 C 개의 클러스터가 존재한다고 가정하면, 경계 영역은 퍼지정도의 지수의 (C-1) 개의 국부적 최대치에 해당한다. (m,n)번째 픽셀 강도  $x_{mn}$  대신에 그레이 레벨 x 를 사용하고, 퍼지 집합에 근접한 보통집합의 불확실한 정보를 고려한 퍼지 정도의 지수는 다음과 같다.

$$H_T(X) = -P1 \ln P1 - P0 \ln P0$$

$$+ \frac{1}{MN \ln 2} \sum_{x=L_{min}}^{L_{max}} \min(S_n(\mu_X(x; a, b, c)),$$

$$(1 - S_n(\mu_X(x; a, b, c)))) h(x)$$

(6)

단, h(x)는 그레이 레벨 x의 빈도수를 나타

낸다.

임의의 퍼지영역 폭  $2\Delta b$  가 주어졌을때,  $M \times N$  영상의 제안된 알고리즘은 다음과 같다.

1) 영상  $X$ 의 애매함을 측정하는 멤버십  $\mu_X$  를 정의한다.

for ( $x_i = Lmin; x_i \leq Lmax; x_i++$ )

for ( $x_j = Lmin + \Delta b;$

$x_j \leq Lmax - \Delta b; x_j++$ )

$\mu_x(x_i; a, x_j, c) = S(x_i; a, x_j, c)$

2) 영상  $X$ 의 히스토그램  $h(x)$ 를 구한다.

3) 교차점

$b = x_j (Lmin + \Delta b \leq x_j \leq Lmax - \Delta b)$ 에

의해서 엔트로피를 구한다.

for ( $x_j = Lmin + \Delta b;$

$x_j \leq Lmax - \Delta b; x_j++$ )

$H_T(X) |_{x_j} = -P_1 \log P_1 - P_0 \log P_0$

$+ \frac{1}{MN \ln 2} \sum_{x=Lmin}^{Lmax} \min \{ S_n(\mu_x(x_i; a, x_j, c)),$

$(1 - S_n(\mu_X(x; a, b, c))) \} h(x)$

4)  $[Lmin + \Delta b, Lmax - \Delta b]$  의 구간에서 아래의 식을 만족하는  $H_T(X) |_{x_i}$ 에 해당하는

국부적 최대치의  $x_j = b_k$  를 구한다.

$H_T(X) |_{b_{k-1}} < H_T(X) |_{b_k} > H_T(X) |_{b_{k+1}}$ ,

$1 \leq k \leq Lme$

$Lme$  는 국부적 최대치 엔트로피의 수이며, 클러스터의 수  $C$ 는  $Lme + 1$ 개로 구성되어, 결국 영상은  $Lme + 1$  개의 영역으로 분할이 된다. 국부적 최대치 엔트로피에 상응하는 그레이 레벨값들이 클러스터간의 경계에 해당하기 때문에 국부적 최대치 엔트로피의 수  $Lme$  와 클러스터의 수  $C$ 는 퍼지 영역 폭과 아주 밀접한 관계가 있다. 따라서 퍼지 영역 폭이 넓어지면 넓어질수록 국부적 최대치 엔트로피의 수가 줄어들게 됨으로써 영상의 클러스터의 수가 줄어들게 되며, 퍼지 영역 폭이 줄어들게 되면 국부적 최대치 엔트로피의 수가 많아지게 되므로 결국 영상 분할시의 클러스터의 수가 많아지게 되어 영상분할의 성능을 향상 시킬수가 있다.

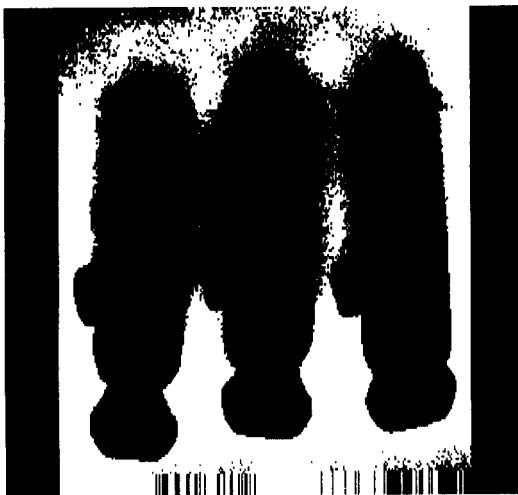
## IV. 실험 결과

본 알고리즘의 성능을 시험하기 위하여 Sun Sparc Station SDT-400상에서 해상도 256 \* 256 의 256 그레이 레벨을 가지는 여러 가지의 영상에 대하여 퍼지영역 폭을 변화시켜 가면서 수행하였다. Band폭이 좁아질수록 퍼지 엔트로피 방법과 확률정보를 결합한 방법이 공통적으로 분할되는 클러스터의 수가 증가하는 것을 알 수 있다.

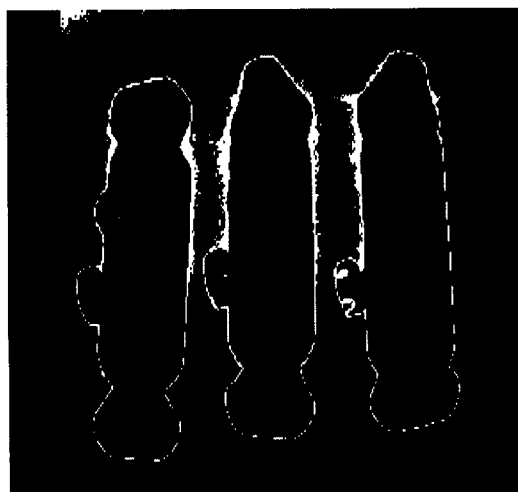
비교적 단순한 배경에 확실한 물체가 세 개 있는 Device 영상에 퍼지 영역 폭( $2\Delta b$ )을 변

화 시켜 가면서 실험하였다. 그림 3은 물체와 배경과 경계가 유사한 화소만을 분할한 영상으로 (a)에서는 물체와 배경과 경계를 배경의 일부와 함께 분할한 데 반해 (b)에서는 비교적 경계가 잘 추출됨을 볼 수 있다.

그림 3 Device와 배경과의  
경계 클러스터의 분할



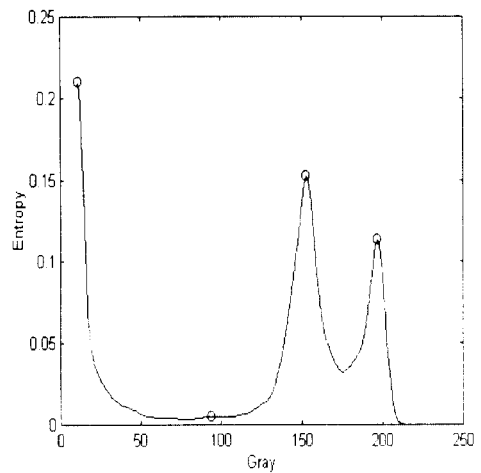
(a) 퍼지 엔트로피에 의한 분할



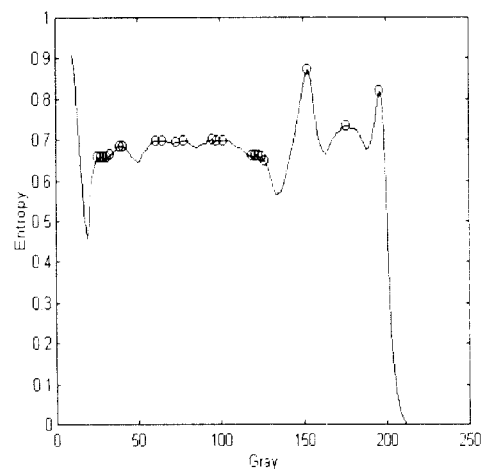
(b) 제안된 방법에 의한 분할

그림 4의 (a)에서 구해진 경계영역에 해당하는 최대 엔트로피외에도 (b)에서는 보다 세밀한 경계가 검출됨을 알 수 있었고, 재생결과 영상인 그림 5에서도 퍼지 엔트로피에 의한 방법보다 제안된 방법이 전체적으로 양호한 영상을 얻었다.

그림 4 최대치 엔트로피의 분포

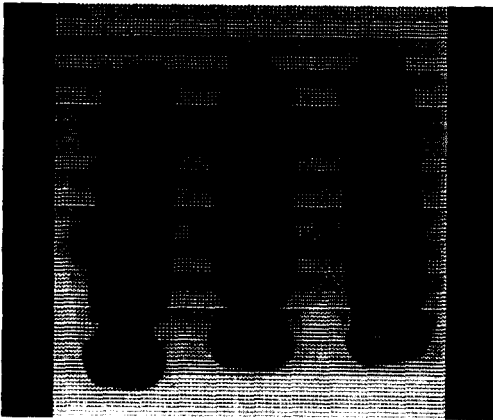


(a) 퍼지 엔트로피의 최대 엔트로피

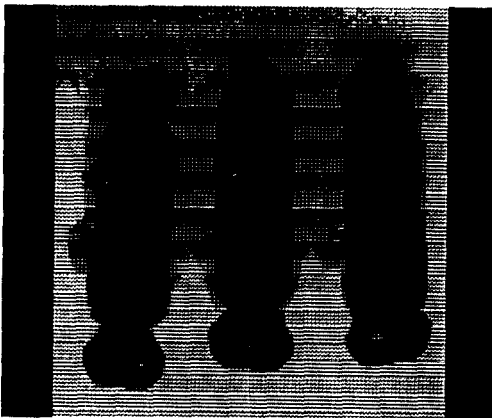


(b) 제안된 방법의 최대 엔트로피

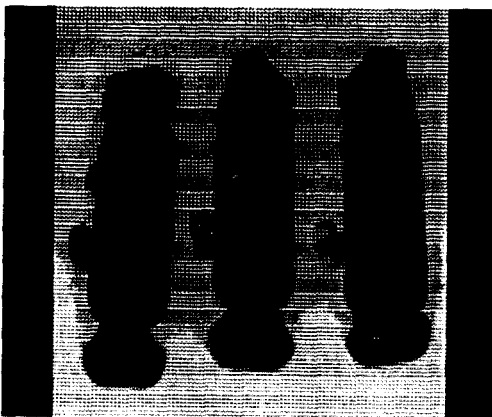
그림 5 Device영상의 재생 영상



(a) Device 원 영상



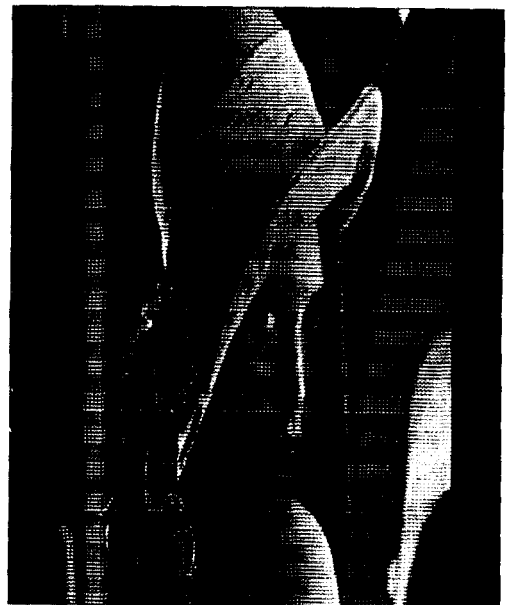
(b) 퍼지 엔트로피에 의한 결과



(c) 제안된 방법에 의한 결과

그림 6 (a)는 Lenna의 원 영상이고 그림 6 (b)는 기존의 엔트로피 방법에 의해 5개의 클러스터로 분할되어 영상 분할된 결과를 보여주며, 그림 6 (c)에는 제안된 방법에 의해 퍼지영역 폭  $2\Delta b$ 가 20일 경우에 24개의 클러스터로 영상 분할된 결과를 보여준다. 그림 7 (a)는 Girl의 원 영상이며 그림 7 (b)는 기존의 엔트로피 방법에 의해 4개의 클러스터로 분할된 결과를 보여주며, 그림 7 (c) 역시 제안된 방법에 의해 퍼지영역 폭  $2\Delta b$ 가 40일 경우에 55개의 클러스터로 영상분할된 결과를 보여준다. 이는 각각의 원 영상내의 밝기 정도를 각각의 분할된 클러스터의 수만큼의 밝기 정도로 나타낸 것을 의미하며, 기존의 방법보다 향상된 분할 상태를 알 수가 있었다.

그림 6 Lenna 영상의 재생 영상

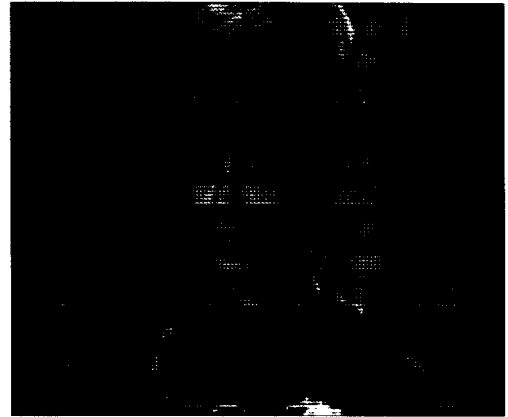


(a) Lenna의 원 영상

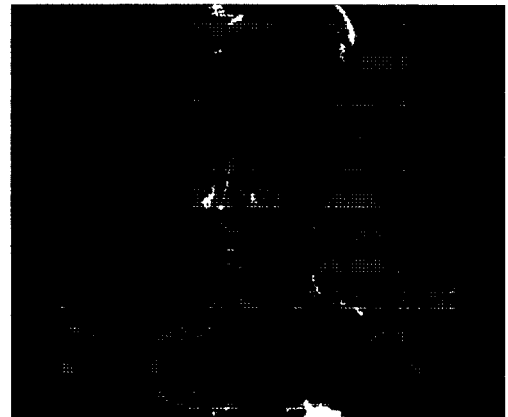
그림 7 Girl 영상의 재생 영상



(b) 기존 퍼지 엔트로피에 의한 결과



(a) Girl의 원 영상



(b) 기존의 퍼지 엔트로피에 의한 결과



(c) 제안된 방법에 의한 결과



(c) 제안된 방법에 의한 결과



## V. 결 론

제안한 알고리즘에서는 퍼지집합의 애매성 (fuzziness)에 의한 퍼지정보와 그에 따른 보통 집합의 확률적 정보(randomness)를 함께 이용 하므로써 영상분할의 정도를 최적화시켰다. 즉, 퍼지집합의 애매성에 의한 정보만으로는 영상내에 존재하는 경계영역을 충분히 추출할 수 없기 때문에, 영상 분할의 최적화를 위하여 퍼지집합에 의한 모든 정보는 퍼지집합의 애매성에 의한 정보와 그 퍼지집합에 상응하는 보통집합에 의한 확률을 결합시킴으로써, 퍼지정보와 확률적 정보를 퍼지영역 안에서 국부적으로 동시에 적용하였다. 결국 퍼지집합에 의해 발생하는 모든 정보를 이용하여 분할되는 클러스터의 수가 여러 영상의 경우에 평균적으로 8배 이상 확장 분할되므로써 만족할 만한 결과를 얻었다.

## 參 考 文 獻

- [1] R.V.Duda and R.E.Hart, "Pattern classification and scene analysis", Wiley-Interscience, 1973.
- [2] R.M.Haralick and L.G.Shapiro, "Survey: image segmentation technique" Computer Vision Graphics and Image Processing 29, 100-132, 1985
- [3] L. A. Zadeh, "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes", IEEE Trans. Syst., Man,Cybern.,Vol. SMC-3, pp. 28-44, Jan. 1993.
- [4] J. C. Bezdek, "Pattern Recognition with fuzzy objective function algorithms", New York: Plenum Press, 1981.
- [5] J. C. Bezdek and J. C. Dunn, "Optimal fuzzy partition: A heuristic for estimating the parameters in a mixture of normal distributions", IEEE Trans. Computers, August, 1975.
- [6] M. P. Windhan, "Cluster validity for the fuzzy c-means clustering algorithm", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 4, No. 4, July, 1982.
- [7] X. A. Li and Z. W. Zhao, "A fuzzy logic to image segmentation", 12th IAPR Int. Conf. on Pattern Recognition.
- [9] D. Dubois and H. Prade, "Fuzzy sets and systems theory and application", California Press, 1980.
- [9] A. Rosenfeld, "Fuzzy geometry of image subsets", Pattern Recognition Letters, Vol. 2, pp. 311-317, 1984.
- [10] S. K. Pal and A. Rosenfeld, "Image enhancement and thresholding by optimizing fuzzy compactness", Pattern Recognition Letters, Vol. 7, pp. 77 - 86, Feb. 1988.
- [11] H. -J. Zimmermann, "Fuzzy Set Theory - and its Applications", Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [12] A. Kaufmann, Introduction to the theory

of fuzzy subsets, Vol. 1, New York:  
Academic, 1975.

- [13] S. K. Pal and A. Ghosh, "Fuzzy geometry  
in image analysis", Fuzzy sets and systems,  
Vol. 48, No. 1, pp. 23-40, May 1992.