

## 확장 칼만 필터를 이용한 LEO 위성의 궤도결정 방법<sup>1</sup>

손 건 호

삼성항공우주연구소

김 광 렬

오하이오주립대 항공우주공학과

최 규 흥

연세대학교 천문대 기과학과

## THE ORBIT DETERMINATION OF LEO SATELLITES USING EXTENDED KALMAN FILTER

Gunn-Ho Sohn

Samsung Aerospace R&D Center, Taejeon, 305-380

e-mail: quark@rnd21.sstarnd.samsung.co.kr

Kwang-Ryul Kim

The Department of Aerospace Engineering, Ohio State University

Kyu-Hong Choi

The Department of Astronomy and Atmospheric Science, Yonsei University

(Received April 20, 1995; Accepted May 26, 1995)

### 요 약

본 논문에서는 비선형계에 적용된 확장 칼만 필터의 선형화작업을 살펴보고 이를 LEO 위성에 적용해 봄으로써 확장 칼만 필터의 성능을 분석하였다. 모의실험을 위해 가정한 LEO 위성의 역학모델로는  $J_2$  와 대기마찰에 의한 섭동을 고려하였고 사용된 관측치에는 관측시스템 잡음에 해당하도록  $\sigma_r = 150m$  와  $\sigma_v = 10m/s$ 의 오차를 가정하였다. 모의실험결과 필터의 전체적인 수행능력은 가정한 관측오차내에 추정오차들이 수렴되는 결과를 보였으며 이때 상태진행잡음  $Q$ 가 공분산행렬  $P_0$ 의 1/10수준에서 가장 우수한 수렴능력을 나타냈다.

### ABSTRACT

We studied the nonlinear estimation problem of extended Kalman filter and applied this method to LEO satellite system. Through this method the performance of extended Kalman filter was analyzed. There were certain presumption

<sup>1</sup>이 연구는 한국과학재단 ERC인 KAIST 인공위성연구센터의 연구비로 수행된 것임.

taken;  $J_2$  and atmospheric drag were simply considered in the dynamic model of LEO satellite and the system noise error of  $\sigma_r = 150m$ ,  $\sigma_v = 10m/s$  was presumed in the observation data. As results of this simulation, the overall state estimation errors of extended Kalman filter were within the presumed error range and also the ability of performance was maximized when the condition was the state process noise  $Q$  has the 1/10 level of covariance matrix  $P_0$ .

## 1. 서 론

위성체의 전반적인 운영시스템 하에서 궤도결정은 유도 및 궤도조정과 직접적으로 연결되어 있는데, 여기서 궤도조정은 크게 두 가지 분야로 나누어서 LEO (Low Earth Orbit) 위성의 고도 유지와 같은 궤도 유지분야와 통신위성등의 지구동주기 위성들이 정해진 box내에 위치하도록 하는 station-keeping분야가 있다. 결국 위성의 궤도결정은 그 위성이 갖는 고유의 임무를 수행하도록 하는 궤도 조정부에 직접적인 영향을 미치게 되므로, LEO에 속한 지구관측위성의 경우 위성의 탑재체가 활영하는 데이터의 유용성에 큰 손실을 입힐 수 있다 (Larson and Wertz 1993).

궤도결정의 과정에는 세 가지 요소들이 존재한다. 즉, (1) 사용되는 데이터의 종류 (2) 궤도를 모델링하기 위한 알고리즘 (3) 관측치들을 처리하기 위한 알고리즘이 있다. 이 가운데 첫번째 요소는 지상추적시스템의 경우 위성체와 수신소간의 거리와 거리변화율이 가장 정확성이 높은 궤도결정을 만들어 주는 것으로 알려져 있고 두번째 요소는 NASA의 GSFC(Goddard Space Flight Center)에서 연구된 GEM(Goddard Earth Model)시리즈와 일반에 공개된 모델들이 다수 존재하기 때문에 추적시스템을 모델링하기가 더욱 간편해졌다 (박수홍 1993). 그러나 세번째 요소는 GTDS(Goddard Tracking Data System), TDRS(Tracking Data Relay System) 그리고 GPS(Global Positioning System) 등과 같은 궤도결정시스템의 변화와 함께 더욱 정확한 실시간처리 알고리즘이 요구되고 있다.

이 가운데 가장 많이 사용되고 있는 것 중에 하나가 화장 칼만 필터이다. 화장 칼만 필터의 기술은 1960년 Rudolf E. Kalman이 이전의 최적 반복 필터기술을 상태-공간과 시간영역에서 기술할 수 있는 칼만필터를 고안하였으며 Stanley F. Schmidt가 이를 NASA에서 계획한 Apollo Project의 궤도추정과 제어를 위해 실시간 비선형계에 적용함으로써 처음 제시되었다. 이후 이를 화장 칼만 필터 혹은 Kalman-Schmidt 필터라고 한다 (Grewal and Andrews 1993). 현재 디지털 컴퓨터의 발달과 더불어 화장 칼만 필터는 인공위성을 포함한 모든 종류의 동역학계의 추적과 항해제어 분야에 가장 많이 적용되고 있다. 본 논문에서는 비선형계에 적용된 화장 칼만 필터의 선형화작업을 살펴보고 이를 LEO 위성에 적용해봄으로써 화장 칼만 필터의 성능을 분석하였고, 이때 디지털신호와 잡음들에 대한 유한차원 모델들의 변화에 따라서 어떠한 영향이 미치는지를 알아보았다.

## 2. 확장 칼만 필터

실제로 칼만 필터가 적용될 수 있는 대부분의 추정문제들은 비선형계를 다루고 있지만, 완전히 선형성을 벗어나지는 못한다. 즉, 계의 상태변수들에 대한 역학계와 관측값들의 함수적인 의존성은 비선형적일지라도 이와같은 비선형계들은 상태변수들의 작은 섭동량에 대해서 선형적으로 근사되어질 수 있다. 따라서 선형 추정 이론의 방법들이 이와같은 비선형 추정 문제에도 적용되어질 수 있는데 두 가지의 접근방법들이 존재한다.

첫째는 작동하는 계가 거의 최적의 궤도에 머물고 있어서 그 상태변수들의 공칭값들을 미리 알 수 있는 경우로, 이때 추정문제는 공칭 궤도 주위로 항상 선형화가 이루어진다. 이와같은 방법을 선형화 칼만 필터라 하고 공칭 궤도의 최적화가 잘 이루어진 경우에는 효과적으로 선형화를 시킬 수 있으며 칼만 게인을 미리 계산할 수 있어서 실시간 계산 부하를 크게 줄여준다. 하지만 이 방법은 시간이 증가함에 따라서 공칭 궤도와 실제 궤도간의 편차가 증가하고 이에 따라 Taylor급수 전개에 있어 고차항의 중요성도 증가하는 단점이 있다. 둘째 방법은 이런 선형화 칼만필터의 단점을 보완하기 위해 공칭 궤도를 추정 궤도로 대치하는 것이다. 추정 궤도란 각 단위 시간에 대해 공칭 궤도의 상태 변수를 최적화시키고 이때 추정 상태 변수를 초기치로 하는 궤도이다(그림 1-(a) 참고). 이 방법은 Taylor급수 전개에 있어 선형화의 가정이 항상 유효하도록 실제 궤도와 추정 궤도간의 편차가 충분히 작게 유지된다. 이와같은 방법을 확장 칼만 필터라고 한다.

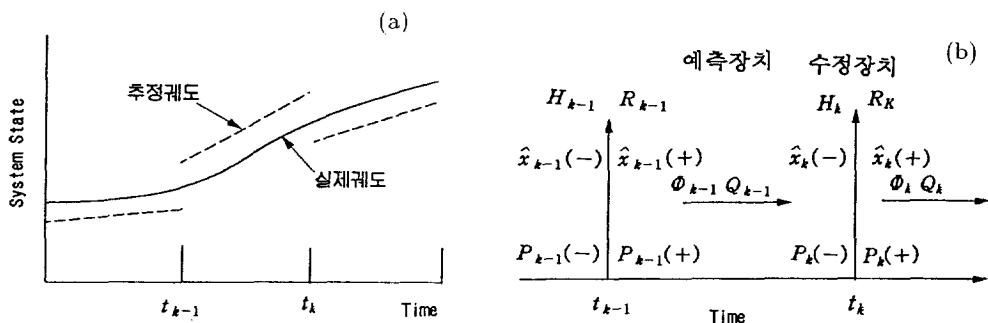


그림 1. 확장 칼만 필터의 선형화 과정. (a) 확장 칼만 필터의 추정궤도 (Brown and Hwang 1992),  
(b) 확장 칼만 필터의 예측-수정장치 (Gelb *et al.* 1974).

확장 칼만 필터의 이론을 살펴보기 위해 일반적인 비선형 시스템모델과 관측모델들을 정의하면 표 1과 같다. 여기서 각 계의 모델은 연속 시간상이 아닌 이산 시간상에서 정의하였으므로  $x_k$ 는  $k$ 시각에서의  $n$ 차원 상태벡터를 나타내며 함수  $f$ 는 비선형 상태진행 함수로써  $k-1$ 시각으로부터  $k$ 시각까지의 상태벡터를 전이시켜주는 함수이다. 이때  $w_{k-1}$ 는  $k-1$ 시각으로부터 시스

템 전이시 발생할 수 있는  $n$ 차원의 상태 진행 잡음을 나타내며 통상 평균이 0인 백색잡음(white noise)으로 모델링된다. 식 (4)에서 보듯 상태진행 잡음  $w_k$ 의 공분산행렬은  $Q_k$ 이며 이것의 모델화가 확장 칼만 필터의 성능에 중요한 영향을 미치며 여기서  $\Delta(k-l)$ 은 Kronecker delta함수를 의미한다.  $z_k$ 는 시각  $k$ 에서의 관측대상에 대한 실제  $l$ 차원의 관측치를 나타내며 함수  $h$ 는 시각  $k$ 에서의 비선형 관측모델에 해당한다. 여기서  $v_k$ 는 시각  $k$ 에서의  $l$ 차원의 관측잡음을 나타낸다. 식 (5)와 (6)에서 보듯 관측잡음  $v_k$ 는 통상 평균이 0인 정규분포를 갖는 백색잡음으로 모델링된다.

표 1. 비선형 시스템 모델과 관측 모델의 수식 정의 (Grewal and Andrews 1993).

모델	수식
시스템 모델	$x_k = f(x_{k-1}, k-1) + w_{k-1}$ (1)
관측모델	$z_k = h(x_k, k) + v_k$ (2)
시스템모델 잡음	$E < w_k > = 0$ (3)
	$E < w_k w_i^T > = \Delta(k-i)Q_k$ (4)
관측모델 잡음	$E < v_k > = 0$ (5)
	$E < v_k v_i^T > = \Delta(k-i)R_k$ (6)

선형모델의 추정문제에 적용되는 칼만 필터와는 달리 상태진행 잡음  $w$ 와 관측 잡음  $v$ 가 반드시 상태공간 모델에서 가우시안의 분포일 필요는 없다. 비선형 추정문제에서는 이와같은 가정은 비선형 상태진행 함수  $f$ 와 비선형 관측모델  $h$ 에 포함되며 단지 초기치의 값  $x_0$ 는 그것의 평균과  $n \times n$ 차원의 공분산 행렬  $P_0$ 가 이미 알려진 가우시안 변수이여야 한다.

비선형 상태진행 함수  $f$ 가 연속적이라면 실제 궤도상에서  $x_k$ 의 상태벡터는  $x_{k-1}$ 의 작은섭동에 따라 변화할 것이다. 이런 섭동량들은 상태벡터의 초기치  $x_0$ , 상태진행 잡음  $w_k$ 와 관측잡음  $v_k$ 의 값들이 평균을 벗어난 결과에 기인하며, 따라서 궤도상의 섭동의 결과들은 추정궤도 주위에서 Taylor급수 전개를 함으로써 표현된다. 이때 섭동의 크기는 위와같은 원인들의 변이에 의해서 결정된다. 확장 칼만 필터에서 섭동의 의미는 단지 상태벡터의 추정오차만을 의미하며 이때  $\delta$ 를 추정 궤도로부터의 섭동량, 즉 추정오차라 하고  $\hat{x}_k$ 를  $k$ 시각에서 상태벡터  $x_k$ 의 추정치라 하면 상태벡터와 관측치 각각의 추정오차는 다음과 같다.

$$\delta x_k = x_k - \hat{x}_k \quad (7)$$

$$\delta z_k = z_k - h(x_k, k) \quad (8)$$

이때 식 (7)은  $x = \hat{x}_{k-1}$ 에서  $x$ 에 대한  $f(x, k-1)$ 의 Taylor 급수전개로 다시 정의될 수 있으

며 만약  $\delta x_k$ 가 Taylor 급수전개의 고차항이 무시되어질 만큼 충분히 작다면  $\delta x_k$ 는 상태전이 행렬(State Transition Matrix, STM)  $\Phi_k$ 에 의해 다음과 같이 정의된다.

$$\delta x_k \approx \Phi_k \delta x_{k-1} + w_{k-1} \quad (9)$$

여기서 상태전이행렬  $\Phi_k$ 는 시각  $k-1$ 에서의 추정오차를 다음 시각  $k$ 로 전이시켜주는 역할을 한다. 이와같은 추정오차의 전파과정에 역시 상태진행 잡음  $w_{k-1}$ 도 전이되어진다.

이와 비슷하게 관측추정오차  $\delta z_k$ 도 다시 정의된다. 즉,  $x = \hat{x}_k$ 에서  $x$ 에 대한 비선형 관측함수  $h$ 의 Taylor 급수전개로 나타낼 수 있고 이때 급수전개에 따른 고차항을 무시 할 수 있다면 관측추정오차  $\delta z_k$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다. 이때도 역시 관측잡음  $v_k$ 가 전파된다.

$$\delta z_k \approx H_k \delta x_k + v_k \quad (10)$$

여기서  $H_k$ 는  $k$ 시각에서  $l \times n$ 차원의 관측반응 행렬을 나타내며 이 행렬로부터 상태추정오차  $\delta x_k$ 와 관측추정오차  $z_k$ 간의 선형화 관계가 성립된다.

확장 칼만 필터의 기본구조는 이와 같은 선형화 작업을 기반으로 예측-수정장치로 구성되어 있다(그림 1-(b)).  $k$ 시각 이전의 모든 관측치를 근거로 식(9)에 의해 전파되어 구하여진 상태벡터 추정치를 사전추정치  $\hat{x}_k(-)$ 라 하고 이후  $\hat{x}_k(+)$ 를 시각  $k$ 에서 얻어진 관측치로부터 칼만 필터의 최적화 규칙에 의해 구해진 사후추정치라고 정의하면 확장 칼만 필터의 예측장치는 그림 1-(b)에서 보듯  $k-1$ 시각에서의 최적화된 사후추정치  $\hat{x}_{k-1}(+)$ 를 식 (1)에 의해  $\hat{x}_k(-)$ 로 전파시킨다. 이때 추정오차  $\delta \hat{x}_{k-1}(+)$ 도 식 (9)에 의해 같이 전파되는데  $\delta x_k$ 의 공분산 행렬을  $P_k$ 로 정의하면 식 (9)에 의해 추정오차의 정보도 함께 전파된다. 다음은 확장 칼만 필터의 예측장치를 나타내는 식이다.

$$\hat{x}_k(-) = f(\hat{x}_{k-1}(+), k-1) \quad (11)$$

$$P_k(-) = \Phi_{k-1} P_{k-1}(+) \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (12)$$

이때 예측장치를 통해 상태진행 잡음  $w_{k-1}$ 의 공분산 행렬  $Q_{k-1}$ 도 전파됨을 알 수 있다. 예측장치로부터 전이된 상태추정오차  $\delta \hat{x}_{k-1}(+)$ 의 공분산 행렬인  $P_k(-)$ 의 trace는 고려된 모든 상태벡터들의 평균 제곱 오차들의 합에 해당한다. 결국, 이 합이 최적화될 때 각 오차들도 최적화된다고 할 수 있으며 이를 만족시키는 최적 가중함수를 칼만게인인  $K_k$ 라 하며 아래와 같이 정의된다.

$$K_k = P_k(-) H_k^T [H_k P_k(-) H_k^T + R_k]^{-1} \quad (13)$$

확장 칼만 필터의 수정장치는 (13)식의 칼만게인으로부터 관측 추정잔차가 최소화되도록 상태벡터를 수정하여 주고 또한 사전 공분산 행렬  $P_k(-)$ 도 최적화시켜 사후 공분산 행렬  $P_k(+)$ 을 만들어 준다. 아래는 수정장치의 식을 나타낸다.

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k(z_k - \hat{z}_k) \quad (14)$$

$$P_k(+) = [I - K_k H_k] P_k(-) \quad (15)$$

결국 확장 칼만 필터는 비선형 역학계의 초기조건인 상태벡터  $x_0$ 와 이것의 초기 추정오차에 대한 공분산 행렬  $P_0$ 를 실제 궤도에 근사적으로 가정한 다음, 식(11)~(15)인 예측-수정장치를 통해 최적화된 사후추정치를 구해내고 이를 다시 초기치로 가정하는 반복순환 추정기이다. 이때 식(12)와 (13)에서 알 수 있듯이 확장 칼만 필터의 성능에 큰 영향을 미치는 요소는  $Q$ 와  $R$ 의 잡음들을 유한차원으로 모델화하는 것이다. 이들 가운데 시스템잡음인  $Q$ 의 분산치들은 초기가정이 필터 성능에 대한 반복실험을 통하여 구해지기 때문에 더욱 어렵다.

### 3. LEO 위성의 시스템모델

위성의 시스템모델은 ODP(Orbit Determination Process)를 이루는 중요한 구성요소 가운데 하나로써, 시스템모델의 정확성은 결국 상태 추정 벡터들을 전파시키는데 큰 영향을 미치게 된다. 이 연구의 주된 관심은 LEO 위성의 모델링의 신뢰도를 높이는 것이 아니라 확장 칼만 필터의 수행능력을 살펴 보는 것이므로 상태 진행 잡음과 관측 잡음들의 초기치 가정이 용이하도록 시스템 모델을 하였다. 시스템 모델은 크게 위성체의 역학모델과 지상 관측모델로 나뉘어 지는데, 역학모델에서는 위성의 임무에 따라 각기 다른 영향을 주는 섭동항의 모델화가 중요한 관건이다. LEO 위성의 경우 고도의 특성상 90~100여분의 주기를 갖게 되므로  $J_2$ 만을 고려 한 중력 조화항과 1000km이하의 고도에서 영향을 미칠 수 있는 대기 마찰에 의한 섭동항을 역학 모델로 하였다. 따라서 LEO 위성의 역학 방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} a_{LEO} &= \frac{-Gm_e}{r^2} + a_e(J_2) + a_d \\ &= \nabla U + a_d \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $a_{LEO}$ 는 LEO 위성의 역학모델에서 가정한 합력이고,  $a_e$ 는  $J_2$ 만을 고려 한 지구중력 조화항,  $a_d$ 는 대기마찰에 의한 섭동항 그리고  $U$ 는 지구중력 포텐셜을 나타낸다. 식 (16)에서 사용된  $U$ 와  $a_d$ 에 대한 정의는 각기 아래와 같다 (Escobal 1976).

$$U = \frac{Gm_e}{r^2} \left[ 1 + \frac{J_2}{2r^2} \left( 1 - \frac{3z^2}{r^2} \right) \right] \quad (17)$$

$$a_d = B\rho_0 \exp[-k(r - r_0)] |V - V_{atm}| (V - V_{atm}) \quad (18)$$

여기서  $r$ 은 지구 중심으로부터 위성까지의 거리이고  $Gm_e$ 는 중력상수,  $B$ 는 ballistic 계수를 나타낸다. 또한  $\rho_0$ 는 기준고도  $r_0$ 에서의 대기밀도를 나타내며  $k$ 는 대기모델의 scale factor 그리고  $V$ 와  $V_{atm}$ 는 각기 위성의 속도와 대기의 평균 속도를 나타낸다. 본 연구에서는 식 (1)의 시스템 모델에 적용된 상태벡터로써 지구 중심으로부터 위성까지의 거리 성분  $X, Y, Z$ 와 속도 성분  $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$  그리고 중력조화항  $J_2$ 와 ballistic 계수  $B$ 를 선택하였다.

현재까지 LEO 위성의 지상 관측 모델 가운데 가장 많이 적용되고 있는 것이 지상에서 거리 및 거리변화율을 측정하는 것이다. 지상에서 발신하는 전파를 위성의 트랜스폰다에서 다시 되돌려 주면 수신소에서는 그것의 왕복시간을 측정하여 위성의 거리를 알 수 있게 되고 정해진 송신주파수와 수신주파수의 차이로부터 위성과 지상국의 거리변화율에 비례한 주파수변이로부터 위성의 속도를 알 수 있게 된다. 현재 우리나라에서는 NASA의 GTDS와 같은 network 시스템이 아닌 한 곳의 수신소에서 위성의 추적을 담당하며 LEO 위성의 경우 한 수신소와 교신할 수 있는 시간은 약 10여분에 불과하다. 따라서 극히 짧은 시간동안에 얻는 추적데이터로 확장 칼만 필터의 수행 능력을 높이기 위해서는 관측모델의 불확실한 상태 벡터를 가급적 줄일 필요가 있으며, 이를 위해 추적소의 지표면에 대한 고도라든가, 지구고정좌표계에서 관성좌표계로의 좌표변환과 같은 과정을 가정하지 않았다. 결국 본 연구에서는 위성추적의 관측치로써 지구 중심으로부터의 관측잡음을 포함한 거리와 속도만을 고려하였다.

#### 4. 모의 실험

모의실험에 사용된 역학모델의 물리상수값은  $\rho_0$ 는  $4.361 \times 10^{-14} (kg/m^3)$ ,  $k$ 는  $5.381 \times 10^{-14} (m^{-1})$ ,  $Gm_e$ 는  $3.986008 \times 10^{14} (m^2/s^2)$  그리고  $r_e$ 는  $6378137(m)$ 을 사용하였으며, 선택된 상태벡터들의 초기치는 표2와 같고 이들을 LEO 위성의 실제궤도를 계산하는데 사용하였다.

표 2. 모의실험에 사용된 상태벡터의 초기치  $x_0$ .

상태벡터	초기치	상태벡터	초기치
$X$	-5716416.71(m)	$\dot{Y}$	-365.8(m/s)
$Y$	3011558.81(m)	$\dot{Z}$	-6640.1(m/s)
$Z$	-3086050.40(m)	$J_2$	$1.08 \times 10^{-3}$
$\dot{X}$	-3392.0(m/s)	$B$	0.01

여기서 초기치  $x_0$ 에 대한 공분산행렬  $P_0$ 의 각 성분은 인위적으로 위치성분  $X, Y, Z$ 에 대한 분산이 1000m 그리고 속도성분  $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$ 에 대한 분산이 100m/s,  $J_2$ 와  $B$ 는 각각  $5 \times 10^{-6}$ 과  $10^{-3} m^2/kg$ 으로 가정하였다. 또한 모의실험에 사용된 관측치인 거리와 거리변화율은 각각의 오차가  $\sigma_r = 150m$ 과  $\sigma_{\dot{r}} = 10 m/s$ 이 되도록 Monte Carlo 방법에 의해 관측오차가 삽입되도록 하였다 (Raol and Sinha 1985). 따라서 관측모델에 사용된 잡음구조  $R$ 의 대각선 성분은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$R = \{\sigma^2 \ \sigma_{\dot{r}}^2\} = \{150^2 \ 10^2\} \quad (19)$$

가정된 초기조건들을 가지고 확장 칼만 필터의 잡음구조중 상태진행잡음  $Q$ 의 성격과 그것이 필터의 성능에 어떠한 영향을 미치는가를 실험하기 위해 잡음  $Q$ 의 수준을 네 단계로 나누었다.

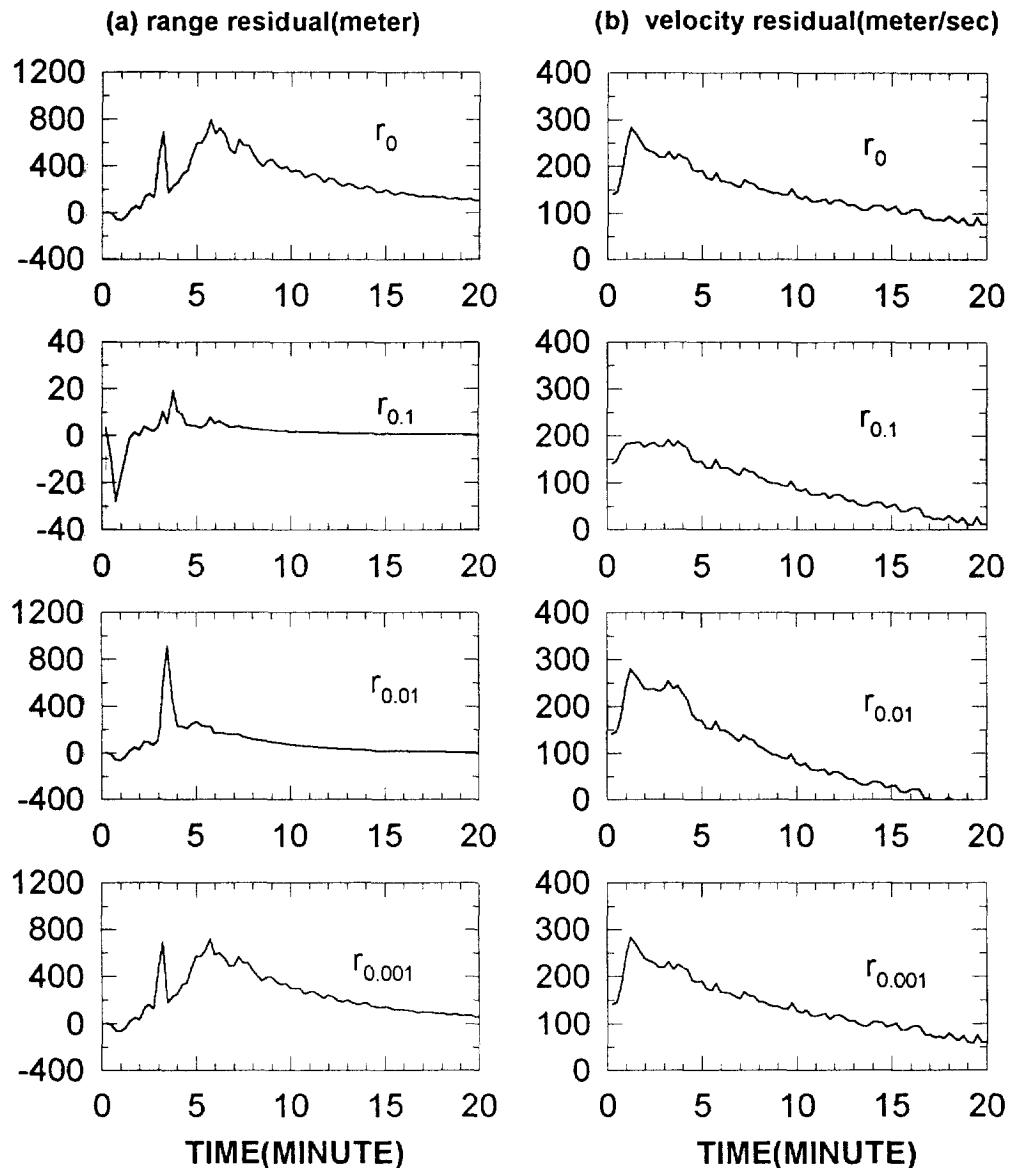


그림 2.  $Q$  잡음수준에 따른 확장 칼만 필터의 수행능력 비교. (a)  $Q$  잡음수준에 따른 잉여 위성거리, (b)  $Q$  잡음수준에 따른 잉여 위성속도.

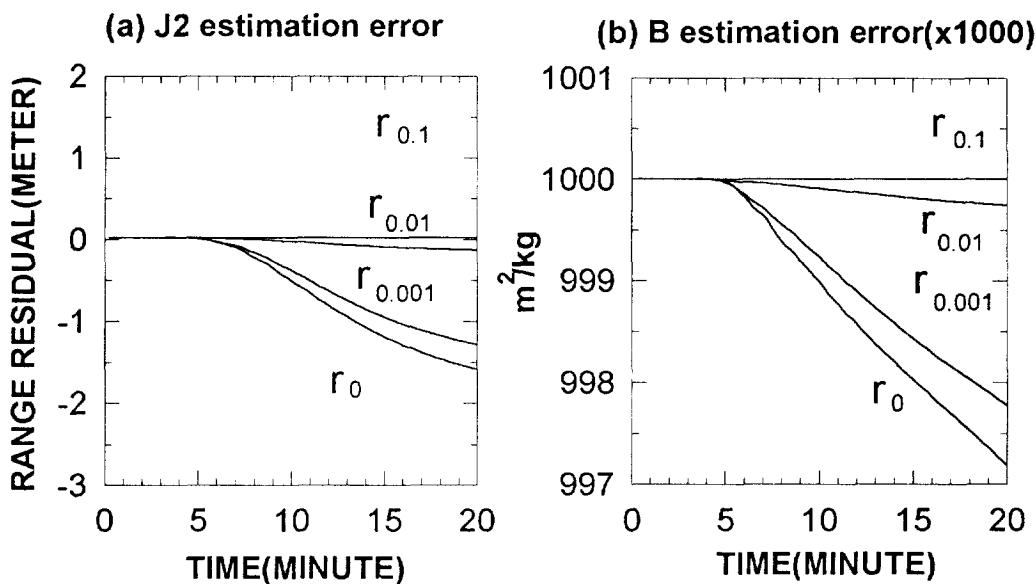


그림 3.  $Q$  잡음수준에 따른  $J_2$ 와  $B$ 의 추정. (a)  $Q$  잡음수준에 따른  $J_2$ 의 추정오차, (b)  $Q$  잡음수준에 따른  $B$ 의 추정오차 (추정오차  $\times 1000$ ).

필터의 수행능력을 나타내는 측정자를  $\gamma$ 라고 정의하면  $\gamma_0$ 는  $Q = 0$ ,  $\gamma_{0.1}$ 는  $Q = P_0/10$ ,  $\gamma_{0.01}$ 는  $Q = P_0/100$  그리고  $\gamma_{0.001}$ 는  $Q = P_0/1000$ 를 각각 가정하여 실험하였음을 나타낸다.

우선 확장 칼만 필터의 수행능력을 살펴보면 그림 2의 실험결과와 같이  $\gamma_{0.1}$ 에서 가장 좋은 수렴치를 보여 주는데 전체 관측구간 20분 동안에 20m의 편차안에서 수렴성을 유지하고 관측 15분 후에는 수 mm까지 추정오차가 줄어드는 것을 알 수 있다. 이와같은 추정오차의 수렴성은 관측치에서 인위적으로 만들어 준 관측시스템 잡음  $\sigma_r = 150 m$ 안에 들어오는 좋은 수행 능력을 보여준다. 이 결과는 Bierman and Thornton (1975)이 상태진행잡음  $Q$ 가 초기 상태 공분산행렬  $P_0$ 의 1/10수준을 가정했을때 필터의 성능이 우수하다는 발표와 일치하는 결과이다 (Bierman and Thornton 1975).  $\gamma_0$ 의 경우는 Sorenson (1970)에 의해 정리된 바가 있는 칼만 필터의 전형적인 발산현상을 보여주는 예로 상태진행잡음이 전혀 발생하지 않는 완벽한 모델을 가정하였기 때문에 예측값들이 곧 최적치를 의미하며 따라서 칼만 게인이 거의 0에 가까워야 한다. 이렇게 칼만 게인의 값이 너무 작아지면 새로운 관측치가 최적화에 어떤 역할도 하지 못하고 결국 초기 상태 공분산행렬이 줄어들지 못한채 발산하게 된다.  $\gamma_{0.01}$ 와  $\gamma_{0.001}$ 의 경우는  $\gamma_0$ 에 비해 수렴속도가 매우 느림을 알 수 있다. 이것은 상태진행잡음  $Q$ 의 유한차원 모델에 따라 필터의 수행능력이 민

감하게 반응함을 알 수 있다(그림 2 참고). 그림 3은 물리상수  $J_2$ 와  $B$ 의 추정결과를 나타내고 있는데, 기대했던 대로  $\gamma_{0.1}$ 에서 가장 좋은 수렴능력을 보여주고 있으며 이는 확장 칼만 필터가 추정모델에 포함되지 않은 물리상수의 최적치를 추정하는데 사용할 수 있음을 말해준다.

## 5. 결과 및 토의

이 연구에서는 비선형계에 적용된 확장 칼만 필터의 선형화이론을 LEO 위성에 적용해 봄으로써 확장 칼만 필터의 실시간 궤도 결정이 초기 상태 공분산내에서 이루어짐을 알았다. 하지만 선형화 칼만 필터와는 달리 off-line으로 칼만 게인을 미리 계산할 수 없는 단점때문에 초기상태 공분산행렬  $P_0$ 에 따른 상태진행잡음  $Q$ 를 유한차원에서 모델화하기 어려운 단점이 있었다. 모의 실험결과 확장 칼만 필터의 수행능력은  $\gamma_{0.1}$ 에서 가장 우수하였으며 관측 추정 오차들이 인위적으로 가정한 관측잡음  $\sigma_r = 150 \text{ m}$ 내에 수렴하는 좋은 수행능력을 보여줌으로써 Bierman and Thornton (1975)의 결과를 확인할 수 있었다. 이와같은 결과를 통해 확장 칼만 필터의 수행능력은 상태진행잡음  $Q$ 의 구조에 민감히 반응함을 알 수 있었고 따라서 실제 시스템에 사용되기 위해서는  $Q$ 구조에 관한 필터의 요구조건분석과 수행능력 평가기준등이 연구되어져야 할 것으로 판단된다.

## 참고 문헌

- 박수홍 1993, 인공위성의 궤도해석과 궤도결정에 관한 연구, 부산대학교 대학원 (박사학위 논문)
- Bierman, G. J. & Thornton, C. L. 1975, Automatica, 13, 23
- Brown, R. G. P. & Hwang, Y. C. 1992, Introduction to Random Signals (John Wiley & Sons, Inc.: New York)
- Escobal, P. R. 1965, Method of Orbit Determination (John Wiley & Sons: New York)
- Gelb, A., Kasper Jr., J. F., Nash Jr., R. A., Price, C. F. & Sutherland, A. A. 1974, Applied Optimal Estimation ed. Gelb, A. (M.I.T. Press: Cambridge)
- Grewal, M. S. & Andrews, A. P. 1993, Kalman Filtering Theory and Practice (Prentice Hall: Singapore)
- Larson, W. J. & Wertz, J. R. 1993, Space Mission Analysis and Design (Microcosm, Inc. and Kluwer Academic Publishers: Torrance and Dordrecht)
- Rao, J. R. & Sinha, N. K. 1985, IEEE Trans. Aero. Elect. Systems, Vol. AES-21, No.3, 274
- Sorenson, H. W. 1970, IEEE Spectrum, July, p.638