

루트비히 비트겐슈타인 지음, 박정일 옮김

『수학의 기초에 관한 고찰』

서울: 서광사, 1997

이 승 종
연세대 교수

비트겐슈타인의 괴델 읽기

사물들을 유사한 것으로 보고
또 같게 보는 것은 시력이 약하
다는 징후이다.

— 니체

『수학의 기초에 관한 비트겐슈타인의 1939년 케임브리지 강의』¹⁾의 하이라이트가 모순에 관한 튜링과의 논쟁이라면 비트겐슈타인의 『수학의 기초에 관한 고찰』²⁾의 하이라이트는 괴델의 정리에 관한

논의이다. 그러나 이 하이라이트는 비트겐슈타인의 수리철학을 대변하는 위의 두 저서에서 가장 어두운 부분이기도 하다. 많은 수학자, 수리논리학자, 수리철학자들은 비트겐슈타인이 튜링과 괴델을 잘못 다루었거나, 혹은 심지어 무모순성 증명과 불완전성 정리의 내용과 의의를 이해 못했다고 평가해 왔다. 이는 비트겐슈타인에 대한 튜링과 괴델 자신들의 부정적 견해와도 무관하지 않다. 나는 다른 곳³⁾에서 첫 번째 어두움, 즉 모순에 관한 튜링/비트겐슈타인 논쟁에 드리워진 어두움을 밝혀 보려 했

-
- 1) Ludwig Wittgenstein, *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics, Cambridge 1939. From the Notes of R. G. Bosanquet, Norman Malcolm, Rush Rhees and Yorick Smythies*. Ed. C. Diamond. Ithaca: Cornell University Press, 1976 이하 LFM으로 약칭.
- 2) Ludwig Wittgenstein, *Remarks on the Foundations of Mathematics*, Revised edition. Ed. G. H. von Wright, R. Rhees and G. E. M. Anscombe. Trans. G. E. M. Anscombe. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1978 이하 RFM으로 약칭.

다. 이 글에서는 두 번째 어두움, 즉 『수학의 기초에 관한 고찰』에 있는 괴델의 정리에 관한 비트겐슈타인의 논의에 드리워진 어두움을 거두어 보려 한다.

현대는 과학의 시대이다. 과인을 위시한 자연주의자들⁴⁾의 관점에서 보자면 철학은 도스이고 과학은 윈도우이다. 만학의 여왕이던 철학은 도스와 윈도우의 뒤바뀐 운명처럼 이제 거꾸로 과학의 한 부분으로 귀화(naturalize)된다.⁵⁾ 철학이 자연화된 마당에 철학의 문제는 과학에 의해, 혹은 과학의 언어학인 수학에 의해 해결될 수 있는 것처럼 보인다. 그래서 예컨대 과학철학에서 결정론과 미결정론 논쟁은 EPR 실험과 벨의 정리에 의해,⁶⁾ 언어철학에서 실재론과 반실재론 논쟁은 뢰벤하임/스콜렘 정리에 의해 해결되었거나 혹은

최소한 해결의 결정적 실마리가 주어진 것처럼 묘사되고 있다. 이러한 분위기는 괴델의 불완전성 정리에 이르러 최고조에 달한다. 괴델의 정리는 수리철학에서 플라톤주의와 형식주의 논쟁에 종지부를 찍은 것으로 여겨질 뿐 아니라 피카소의 그림, 스트라빈스키의 음악, 조이스의 소설이 그러했던 것처럼, 한 장르(수학)를 전복시키고 서구 지성사 전체에까지 여파를 미치는 혁명적 사건으로 간주되고 있다.

비트겐슈타인은 과학의 시대인 이 세기를 암흑기로 보았다. 과학의 시대의 어두움은 모든 것을 과학으로 귀착시키는 환원주의적 사유 방식이 초래하는 진정한 사유의 부재에 있다. 현대인들은 더 이상 사유하지 않는다. 그들은 계산할 뿐이다. 계산이 사유를 대체하

3) 이승중, 「비트겐슈타인의 수리철학 논쟁」, 『연세철학』 3호, 1991.

이승중, 「모순에 관한 튜링/비트겐슈타인 논쟁」, 『철학연구』 33집, 1993.

4) 사실 이들은 엄밀히 말해 자연과학주의자들이다.

5) 철학의 자연화 작업은 사실 새로운 것이 아니라 철학의 과학화를 주창했던 논리적 경험주의의 유산이다. 그 선두 주자의 하나인 라이헨바흐(Hans Reichenbach)의 작품 『과학적 철학의 대두』(*The Rise of Scientific Philosophy*)라는 표제가 이를 상징적으로 말해 준다.

6) 이에 관한 자세한 논의를 위해서는 다음을 참조할 것.

이승중, 「양자역학과 EPR 논쟁」, 오영환 외, 『과학과 형이상학』(자유사상사, 1993).

는 과정은 형식언어가 자연언어를 대체하고 수리논리학이 철학을 대체하는 과정과 맞물려 있다. 대체와 환원은 차이를 말소하는 작업이다. 계산과 사유의 차이, 형식언어와 자연언어의 차이, 수리논리학과 철학의 차이의 말소는 과학과 철학의 차이의 말소로 소급되며 이것이 바로 과학주의의 주된 이념인 것이다.

비트겐슈타인은 말소된 차이를 복원하는 것을 자신의 철학적 사명으로 삼았다. 그는 “나는 당신에게 차이를 가르치겠다”는 『리어왕』의 구절을 자신의 저서의 모토로 고려한 적도 있다. 나는 그의 이러한 입장을 분리주의라고 부르고자 한다. 그는 철학을 과학, 수학, 심리학 등 여타의 학문으로부터 분리시키려 한다. 원시 종교를 현대 과학의 입장에서 설명하려는 프레이저에 대한 비판, 정신분석을 과학으로 간주하려는 프로이트에 대한 비판, 윤리를 이론에 의해 설명하려는 현대의 3인칭 윤리학에 대한 비판 등은 비트겐슈타인의

이러한 분리주의적 입장에서 비롯된 것이다. 비트겐슈타인이 보기에 위에 열거한 예들은 모두 범주 오류를 범하고 있다.

불행하게도 비트겐슈타인의 분리주의는 비트겐슈타인 학자들에 게조차도 잘못 이해되어 왔으며 또한 그의 가족 유사 개념과 상충되는 것처럼 폄하되어 왔다. 분리주의에 대한 오해는 언어 게임 개념에 대한 오해와 맞물려 있다. 따라서 분리주의를 올바르게 이해하려면 언어 게임을 올바르게 이해해야 한다. “언어와 그 언어에 얽힌 행위로 구성된 전체”⁷⁾를 언어 게임으로 정의한 비트겐슈타인은 그 예로 다음을 들고 있다.

명령을 내리고 명령에 복종하기—
대상의 현상을 기술하거나 그 대상을 측정하기—
대상을 기술(그림)에 의하여 구성하기—
사건을 보고하기—
사건에 관해서 성찰하기—
가설을 세우고 시험하기—
실험의 결과를 도표나 도식으로 나타내기—

7) Ludwig Wittgenstein, *Philosophical Investigations*, 3rd edition. Ed. G. E. M. Anscombe and R. Rhees. Trans. G. E. M. Anscombe. Oxford: Basil Blackwell, 1967, §7. 이하 PI로 약칭.

이야기를 구성하고 그것을 읽기—
연극하기—
노래를 돌려 부르기—
수수께끼를 풀기—
농담을 만들기과 농담을 말하기—
실용 산수 문제를 풀기—
한 언어를 다른 언어로 옮기기—
묻기, 감사하기, 저주하기, 인사하
기, 기도하기. (PI, §23.)

그는 “여기서 “언어 게임”이라
는 용어는 언어를 말하는 것이 행
위의 일부, 혹은 삶의 형식의 일부
라는 사실을 분명히 하기 위해서
의도된 것”(PI, §23)이라고 말하
고 있다. 그리고 게임들이 서로 가
족 유사성을 갖고 있듯이 이들 언
어 게임들은 서로 가족 유사적으로
연결되어 있다. 나는 언어 게임에
대한 비트겐슈타인의 이러한 입장
을 연결주의라고 부르고자 한다.

비트겐슈타인에 있어서 분리주
의와 연결주의는 어떻게 양립할
수 있는가? 우리는 분리주의가 학
문이나 담론들 간의 분리를 지시
하는데 반해 연결주의는 언어 게
임들 간의 연결을 지시하고 있을
을 주목할 필요가 있다. 위에 열거
한 언어 게임에 수학이나 종교의
언어 게임은 등장하지 않는다. 수
학이란 무엇인가? 그것은 집합론,

수론, 군론 등의 각론과 계산하기,
증명하기, 규칙 따르기 등과 같은
언어 게임들이 씨줄과 날줄로 엮
힌 직물이다. 마찬가지로 종교는
교리와 신앙 등이 기도하기와 감
사하기와 같은 언어 게임과 한데
엮힌 직물이다. 아울러 이들 모두
는 인간의 삶의 형식의 일부이다.
따라서 “수학의 언어 게임”, “종교
의 언어 게임”, 혹은 “종교적 삶의
형식” 등은 부정확하거나 부적절
한 표현이다.

수학이 다양한 각론들과 언어
게임들의 엮힘이라면 그 구성 요
소에는 차이성과 유사성이 함께
혼재해 있음을 인정해야 할 것이
다. 때로는 각론들 사이의 차이성
이 환원에 의해 말소될 수도 있다.
19세기에 이루어진 해석학의 산수
화(arithmetization)가 그 좋은 예
이다. 그러나 수학의 모든 분야가
하나의 체계(예컨대 화이트헤드/
러셀 체계나 집합론 체계)로 환원
된다는 것은 수학에 관련된 모든
언어 게임이 하나의 언어 게임으
로 환원되는 것만큼이나 비현실적
인 이상이다. 그러한 환원이 이루
어진다 해도 그것은 환원되는 내
용을 보존하는 차원의 번역이 아

니라 그 의미를 새로이 규정하는 재해석이 될 것이다.

이러한 관점에서 보았을 때 수학을 하나의 통일된 담론으로 간주하고 그 담론의 토대로서 메타수학이나 수리논리학이라는 토대담론을 각각 상정하는 힐버트의 형식주의와 화이트헤드/러셀, 프레게의 논리주의는 수학의 실재를 외면한 매우 인위적인 수리철학이다. 이와 관련하여 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

나는 일정한 규칙에 따라 체스 게임을 할 수 있다. 하지만 나는 규칙들 그 자체에 대한 게임도 발명할 수 있다. 이제 체스의 규칙은 내 게임의 놀이 말이며 가령 논리학의 법칙들이 그 게임의 규칙이 된다. 이 경우에 나는 메타 게임을 하는 것이 아니라 단지 또 다른 하나의 게임을 하고 있는 것이다.

힐버트의 작업은 메타 수학이 아니라 수학이다. 그것은 또 다른 하나의 연산에 불과하다.⁸⁾

비트겐슈타인은 논리주의나 형식주

의가 수학에 기여한 바를 부정하지 않는다. 그가 부정하는 것은 논리주의나 형식주의가 수학의 확고한 토대를 마련한다는 철학적 견해, 즉 수학의 근거가 수학을 떠받치는 어떠한 이론적, 철학적 하부 구조에 의해 마련된다는 견해이다. 수학의 토대는 수학기초론이나 수리철학과 같은 이론에 의해 설명되는 것이 아니라 수학의 실재를 이루는 계산하기, 증명하기, 규칙 따르기 등과 같은 언어 게임에 대한 기술(記述)에서 찾아진다.⁹⁾ 나는 수학의 기초에 대한 비트겐슈타인의 이러한 입장을 반정초주의(反定礎主義; anti-foundationalism)라고 부르고자 한다.

비트겐슈타인에 의하면 언어의 의미는 그 언어가 사용되는 문맥에 의해 주어진다. 수학에 있어서 그 문맥은 그 언어가 위치한 좌표계, 즉 체계에 해당하며 체계를 구성하는 적형식은 그 체계 안에서의 쓰임에 의해서 제 역할을 할당받는

8) Ludwig Wittgenstein, *Wittgenstein and the Vienna Circle: Conversations Recorded by Friedrich Waismann*. Ed. B. McGuinness. Trans. J. Schulte and B. McGuinness. Oxford: Basil Blackwell, 1979, pp. 120-121.

9) 이에 관한 자세한 논의를 위해서는 다음의 글을 참조할 것.

이승중, 「후설과 비트겐슈타인의 수리철학」, 『현대비평과 이론』 13호, 1997.

다. 이처럼 수학의 실체가 체계 내적 작업이라면 메타 수학적 담론은 수학을 구성하고 있는 체계에 대해 어떠한 위계적(hierarchical) 권한을 행사할 수 없다. 요컨대 메타 수학의 메타 언어가 수학의 대상 언어 바깥에 위치하면서 동시에 그 대상 언어에 내재적으로 관여할 수 없다는 것이다. 이러한 연유로 힐버트의 무모순성 증명과 같은 메타 증명은 다른 모든 증명과 마찬가지로 증명일 뿐이고, 괴델의 불완전성 정리는 다른 불가능성 증명(예컨대 ‘자와 콤팩스에 의한 각의 삼등분’이 불가능하다는 반젤(Wantzel)의 증명)과 마찬가지로 불가능성 증명의 귀결이며, “‘수리 논리학의 주된 문제’는 우리에게는 다른 모든 것과 마찬가지로 수학의 문제이다”(PI, §124). 나는 수학 체계의 내적 자율성에 대한 비트겐슈타인의 이러한 입장을 내재적 실용주의(internal pragmatism)라고 부르고자 한다. 이와 관련해 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

우리는 논리적 증명이 논리적인 근본 법칙들과 추론 법칙들의 무제약적인 확실성으로부터 유래된 특이하고 절대적인 증명력을

지닌다는 믿음에 기우는 경향이 있다. 반면에 그렇게 증명된 명제들은 결국 그 추론 법칙들의 적용이 옳다는 것이 확실한 것보다 더 확실할 수 없다. (RFM III, §43)

내재적 실용주의는 앞서 살펴본 분리주의와 연결주의, 그리고 반정초주의의 논리적 귀결이다. 이를 정리해 보면 다음과 같다. 수학은 다른 학문이나 담론과 분리되어 있다(분리주의). 수학을 형성하는 다양한 체계들의 규칙과 적형식은 체계 안에서 그에 연관되는 언어 게임들과 서로 연결되어 있다(연결주의). 따라서 한 체계가 다른 체계의 토대가 될 수 없으며(반정초주의), 체계 내에서의 계산, 증명, 규칙 따르기와 같은 인간의 실천적 언어사용에 의해 그 체계를 구성하는 적형식들에 의미와 역할이 부여된다(내재적 실용주의).

이러한 관점에서 보자면 괴델의 정리는 비트겐슈타인에게 결코 놀라운 것이 못된다. 비트겐슈타인에게 괴델 정리의 핵심은 어떠한 기호 체계도 그 자체 내재적으로 자기 스스로에게 적용되거나 의미있을 수 없다는 것이다. 아무리 복

잡한 체계라도 우리가 그것을 사용할 때 비로소 그 체계는 생명을 얻게 된다. 마찬가지로 수학적 진리, 수학적 명제, 증명과 같은 개념에 제 의미를 부여하는 것도 다름 아닌 그 적용에 있다. 이에 대해 비트겐슈타인의 대화 상대자는 다음과 같은 질문을 던진다.

러셀의 체계에서는 참이지만, 그 체계에서 증명될 수 없는 문장들이 존재하는가? (RFM I 부록 III, §5.)

대화 상대자는 체계 독립적으로 참인 문장 개념이 존재할 뿐 아니라 이러한 개념에 아무런 문제가 없다고 상정하고 있다. 그러나 비트겐슈타인이 볼 때 이 가정은 매우 모호한 것이다. 따라서 그는 다음과 같이 되묻는다.

— 그렇다면 러셀의 체계에서는 무엇이 참인 문장이라고 불리는가? (RFM I 부록 III, §5)

비트겐슈타인은 또 다음과 같이 말한다.

그리고 러셀의 체계에서 증명될 수 없는 문장은 『수학의 원리』

(*Principia Mathematica*)의 문장과는 다른 의미에서 “참”이거나 “거짓”이다. (RFM I 부록 III, §7)

참, 거짓 뿐 아니라 수학의 모든 중요한 개념은 구체적 사용에 의해서 제 역할과 의미가 할당된다. 마찬가지로 “참이지만 증명될 수 없는 문장”의 개념도 괴델의 정리라는 특정 문맥과 연관되어 있다. 괴델의 정리에 의해 “참이지만 증명될 수 없는 문장”은 새로운 의미를 얻게 된다. 이로 말미암아 우리는 “참”, “증명 가능성/불가능성” 등의 개념을 새로운 방식으로 사용하게 되는 것이다. 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

문장 “P는 증명 불가능하다”는 나중에는 상이한 의미를 갖는다.
— 그것이 증명되기 이전과는.
(RFM I 부록 III, §16)

증명은 어떤(특정한) 상황에 대한 당신의 파악을 인도한다.

...

증명의 과정에서 우리가 바라보는 방식은 변화한다. ...

우리가 바라보는 방식은 개조된다. (RFM IV, §30)

이로서 우리는 괴델의 정리에 대

한 비트겐슈타인의 고찰이 무지나 오해에서 비롯된 궤변이 아니라 자신의 철학과 상충되지 않는 수미 일관한 것임을 알 수 있다. 비트겐슈타인에 의하면 증명은 언어와 그 쓰임의 문법에 대한 분석과 명료화이다. 이러한 분석과 명료화 과정에 의해 그 이전에 무반성적으로 당연시되었던 가능성이 사실은 성립 불가능한 것으로 드러나기도 한다. 괴델 정리의 의의도 이러한 지평에서 찾아져야 하고 따라서 거기에 더 이상의 새로운 놀라운 함축은 없다는 것이다.

주지하다시피 괴델은 플라톤주의자였다.¹⁰⁾ 그는 자신이 거둔 불완전성 정리를 비롯한 제반 성과가 자신의 이러한 철학에서 비롯되었다고 보았다.¹¹⁾ 그러나 작품의 해석은 그 작품을 만든 작가 고유의 것이 아니다. 양자역학의 코펜하겐 해석이 바로 양자역학의 창시자들에 의해 제시되었다는 이유만으로 양자역학에 대한 여타의

해석에 비해 특권을 갖는 것은 아니다. 괴델의 정리도 그것이 그 자체로 플라톤주의와 연관되어 있다는 해석을 강요하는 것은 아니다. 만일 괴델 자신이 그렇게 믿는다면 그것은 괴델의 정리에 대한 다른 해석과 동등하게 비판적으로 검토되어야 할 것이다. 이것이 바로 비트겐슈타인의 수리철학의 목적이기도 하다. 그는 다음과 같이 말한다.

나는 때때로 새로운 해석을 시도하려 하는데 그 목적은 내 해석이 옳음을 보이려는 것이 아니라 낡은 해석과 새로운 해석이 동등하게 자의적임을 밝히려는 것이다. 나의 목적은 새로운 해석을 낡은 해석과 함께 놓고 “자, 이제 골라 봐라”라고 말하려는 것이다. (LFM, p. 14)

괴델의 정리에 관한 비트겐슈타인의 해석은 플라톤주의를 비롯한 여타의 존재론이나 인식론을 배제한 간결한 해석이다. 그의 해석에

10) 플라톤주의에 관한 자세한 논의를 위해서는 다음을 참조할 것.

이승종, 「플라톤과 아리스토텔레스의 수리철학」, 조우현 외, 『회합철학의 문제들』(현암사, 1993).

11) Solomon Feferman, “Kurt Gödel: Conviction and Caution”, reprinted in Stuart Shanker (ed.), *Gödel's Theorem in Focus*. London: Croom Helm, 1988, p. 96.

따르면 괴델의 정리로 말미암아 철학의 어떤 문제나 논쟁이 해결되는 것이 아니다. “어떠한 수학적 발견도 철학을 발전시킬 수 없다”(PI §124). 이것이 수학에 힘입어 플라톤주의를 부활시키려는 수리철학자들이나 과학에 힘입어 철학의 자연화를 관철하려는 과학주의자들 모두에게 던지는 비트겐슈타인의 “철학적” 메시지이다. 최근 비트겐슈타인의 『수학의 기

초에 관한 고찰』이 번역되었다. 자구 하나 하나에 심혈을 기울인 모범적인 번역이지만 1956년의 초판을 번역했다는 점에서 아쉬움을 남긴다. 새로운 자료를 대폭 보강하고 체제를 재구성한 증보판이 1978년에 출간되었고, 그 후로는 이 증보판이 정본으로 인용되고 있는 사실을 감안할 때 아쉬움은 더욱 크다.