피셔의 우도와 카르납의 확증도

全 永 三*

서 언
1. 피셔의 우도 개념
2. 우도와 지지의 정도
3. 우도와 카르납의 확증도
4. 최대 우도의 방법과 카르납의 역추정
결 어

서 언

단순히 임의의 어떤 사건이 나타날 확률을 구하는 일과, 그러한 사건들에 관한 확률 분포하에서 전체 모집단에 관한 어떤 가설과 주어진 데이타 사이의 관계를 구하는 일은 별개의 문제이다. 여기서 말하는 '확률'이란, 여러 가지 의미로 해석될 수 있긴 하지만, 일반적으로 형식적으로는 이른바 콜모고로프의 공리(Kolmogorov axioms)를 따라 주어지는 0부터 1까지의 어떤 값을 말한다. 그러나 후자의 경우 일정한 가설과 데이타 사이의 관계를 구하는 일은 이른바 "통계적 추리"(statistical inference)라 부르는 하나의 추리 문제이다.

이 경우 전체 모집단에 관한 확률 분포는 독립성, 무작위성 등등의 관련 가정들과 더불어 실제의 불확실한 상황을 표현하고 기술하는 하나의 확률

* 고려대학교 강사

내지 통계적 모델(probability or statistical model)[1]을 형성하게 되며, 이른바 "통계적 가설"(statistical hypothesis)이란 바로 그와 같은 모델에 있어 알려져 있지 않은 어떤 모수에 특정한 값을 부여하거나 아니면 알려져 있지 않은 어떤 대상에 일정한 성질을 부여하는 그 자체를 말한다. 데이타란 물론 그러한 모집단으로부터 추출한 임의의 어떤 표본의 결과를 말한다.

이제 이러한 통계적 가설과 데이타 사이의 관계를 논함에 있어 본논문에서는 특히 피셔(R. A. Fisher)의 이른바 우도(尤度, likelihood)의 개념을 그 대상으로 삼기로 한다. 피셔에 있어 주어진 어떤 가설 H에 대한 우도란 간략히 말해 어떤 시행의 결과 E가 주어졌다 할 때, 만일 주어진 가설 H가 참이라면, 그러한 결과 E가 나올 정도는 얼마나 되겠느냐 하는 것이다. 이로써, 결과 E가 나온 경우, 그러한 결과가 나올 수 있는 여러 가능한 가설들을 평가할 수 있는 척도가 곧 우도인 셈이다.

이와 같은 피셔의 우도는 확률에 관한 콜모고로프의 공리들을 따르지 않고 있다. 따라서 만일 그의 이와 같은 우도가 데이타와 가설 사이의 어떤 관계를 구함에 있어 유용한 것이라면, 우리는 그것을 단지 어떤 확률 개념을 정당화하는 것만으로 그 정당성을 확보할 수는 없는 노릇이다. 지금까지 확률에 대해서는 여러 가지 해석이 있어 왔고, 그에 따른 정당화 작업이 여러 면으로 행해져 왔다. 그러나 통계학에 있어 또 하나의 중요한 개념인 우도의 개념에 대해서는 상대적으로 적은 철학적 분석만이 행해져 왔을 뿐이다.

카르납(R. Carnap)의 초기 확증도(degree of confirmation)는 물론 주어진 증거 문장과 가설 문장 사이의 의미론적인 관계를 0과 1 사이의 값으로 수치화한 것이다. 따라서 이것은 일정한 경험적 사건에 관한 사실적 관계(factual relation)를 구하고 있는 피셔의 우도와는 그 성격을 달리 하고 있다. 그러나 카르납의 초기에 있어 그 확증도는 적어도 다음의 세 개념에 대한

---

1) 이 경우 바아네트는 "확률 모델"이란 말을, 에드워즈는 "통계적 모델"이란 용어를 사용하고 있다 (V. Barnett, *Comparative Statistical Inference*, 2nd ed., New York : John Wiley & Sons, 1982, pp. 4-7 ; A. W. F. Edwards, *Likelihood*, Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1972, p. 3ff.).

새로운 해명(explication)으로 제시되고 있으며, 이 중 적어도 하나는 피셔의 우도와 그 근본적인 목적을 같이 하고 있다. 즉 (i) 증거적 지지의 측도(measure of evidential support) (ii) 공정한 투기상(fair betting quotient) (iii) 상대 빈도의 추정치(estimate of relative frequency)라는 세 개념에 대한 해명이며,[2] 이 중 첫번째 것이 우리가 주목하고자 하는 것이다.

본논문에서는 이제 이와 같은 공통된 목적을 실현하기 위해 피셔와 카르납이 각각 어떠한 방법을 쓰고 있으며, 그 양자가 어느 점에서 서로 관련될 수 있는가를 밝힌 뒤, 그 방법들이 어느 정도 타당한지를 검토하고자 한다.

1. 피셔의 우도 개념

피셔의 우도의 개념을 설명하기 위해 먼저 다음과 같은 예로부터 시작해 보기로 하자.

예컨대 다음과 같은 가정을 해보기로 하자. 이제 어떤 집단이 모두 1,000명의 사람으로 구성되어 있음을 알고 있고, 우리는 그 중에서 몇 사람이나 승용차를 갖고 있는가를 알고 싶어한다고 해보자. 그러면 이를 위해서는 1,000명의 사람 모두를 다 조사해 본다고 하는 것은 많은 노력이 들 뿐더러 또 그렇게까지 중요한 문제도 아니므로, 우리는 대개의 경우 이른바 표본 조사를 행하게 된다. 이러한 일은 통계에 있어서는 흔한 일이며, 또한 전형적인 것이기도 하다. 왜냐하면 주어진 모집단의 개개의 원소들을 일일이 다 조사한다고 하는 것은 비용이 많이 들 뿐더러, 또한 반드시 전수 조사(全數調査)가 필요한 분야가 아니라고 한다면 대개의 경우 그 전체적인 추세만을 아는 것으로 충분하기 때문이다. 앞서 특히 모집단에 대한 가설과 데이타 사이의 관계를 문제삼은 것은 바로 이러한 까닭에서이다. 어쨌든 지금의 예의 경우 예컨대 10명의 사람을 무작위로 선정하여 그들이 승용차를 소유하고 있는가를 조사한 결과 모두 7명의 사람이 승용차를 갖고 있는 것으로 밝혀지고 나머지 3사람은 그렇지 아니하다고 해보자. 그러면 지금 그 어떤 사람이

2) R. Carnap, *Logical Foundations of Probability* (1950), London : Routledge & Kegan Paul, 1951, pp. 162-175.

승용차를 갖고 있다고 하는 성질을 M으로 표기한다고 하면, 방금의 주어진 그 표본은 크기 s=10의 표본인 셈이며, 이 중 성질 M을 지닌 사람의 비(比)는 7/10이 될 것이다. 이 경우 확실히 우리가 알고자 하는 것은 전체 모집단 내에서의 성질 M을 지닌 사람들의 수이며, 이것은 아직 알려져 있지 않다. 다만 우리는 이미 주어져 있는 앞서의 표본을 이용하여 전체 모집단에서의 해당 비율을 알고자 할 따름이다.

따라서 이제 만일 전체 모집단 내에서의 그와 같이 성질 M을 지닌 사람들의 수를 하나의 가설로서 놓고, 미리 주어진 표본으로써 그와 같은 가설들을 선택하고자 한다면, 이 때 가능한 가설들은 다음과 같이 모두 991가지가 될 것이다. 즉 그러한 가설 하나하나를 Hi로 표시한다면, Hi(i=7부터 997)이다. 문제는 이와 같은 많은 가설들을 서로 어떻게 평가할 것이냐 하는 것이다.

바로 이와 같은 상황하에서 피셔의 우도는 다음과 같이 제시할 수 있다. 즉 임의의 어느 가설 Hi가 참이라고 가정할 때 그러한 가정하에서 앞서 실제로 주어진 표본의 결과 E가 나타날 정도는 얼마나 되겠느냐 하는 것이다. 먼저 지금의 예에 있어 만일 각각의 가설에 따라 모집단 내에서 성질 M을 지닌 사람들의 수를 비율 p_i로써 나타낸다면, p_i(i=7부터 997)이 될 것이다. 따라서 만일 크기 s인 표본에 있어 성질 M을 지닌 사람들의 수를 a라고 한다면, 이 때의 확률 변수 X_s는 이항 분포를 이루며, 이것은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$P(X_s=a) = (s)\ p_i^{a}(1-p_i,.\ b=s-a \qquad (1)$$

이 식은 결국 성질 M을 가진 게체들이 나타나는 데 관한 하나의 이항 모델에 있어, 가설 Hi가 참이 된다고 할 때, 표본의 결과 E가 나타날 조건 확률 P(E|Hi)를 나타내고 있는 셈이다. 물론 이 때의 확률이란 해당 사건들의 상대 빈도로 해석된 확률이라 말할 수 있다.

그러나 이러한 경우 피셔의 우도는 곧 이와 같은 조건 확률 그 자체는 아니다. 그것은 오히려 있을 수 있는 여러 가설 Hi가 주어진 결과를 낳을 수 있는 정도를 말하고 있는 것이다.[3] 여기서는 "여러 가설"이란 말이

3) R. A. Fisher, "On the Mathematical Foundations of Theoretical

중요한데, 위의 조건 확률에 있어서는 어떤 고정된 하나의 가설 Hi에 대해 결과 E가 나타날 확률을 구하고 있는 반면, 방금의 우도에 있어서는 이미 나타난 하나의 결과 E에 대해 있을 수 있는 여러 가설 Hi가 그러한 결과 E를 낳을 수 있는 정도를 구하고 있기 때문이다. 곧 조건 확률에 있어서는 하나의 가설이 고정되어 주어지는 경우 나타나는 결과들이 변화할 수 있는 반면, 우도에 있어서는 하나의 결과가 고정되어 나타나는 경우 있을 수 있는 가설들이 변화하는 것이다. 따라서 피셔는 지금과 같은 경우 결과 E가 나타났을 때 가설 Hi의 우도를 조건 확률 P(E|Hi)에 비례하는 것으로 규정하고 있으며,[4] 이러한 규정에 따른다면 이제 우도 L(Hi|E)는 다음과 같은 식으로 표현 가능하다.

$$L(H_i|E)=kP(H_i|E)$$
$$=kp_i^{a}(1-p_i)^{b}, \text{ k는 임의의 상수} \qquad (2)$$

우도를 이와 같이 조건 확률에 비례하는 것으로 정의를 하게 되면, 이러한 우도의 값은 콜모고로프의 공리에 따르는 확률과는 다른 성격을 갖게 된다. 예컨대 이 점에 관해 피셔는 다음과 같이 말을 하고 있다.

> 〔수학적 우도〕는, 수학적 확률과 마찬가지로, 그것이 나타나고 있는 논리적 상황에 대한 잘 정의된 하나의 정량적 모습이며, 수학적 확률과 마찬가지로 잘 정의된 의미에 있어 "합리적 신념의 측도"로서 작용할 수 있다. 그러나 이것은 확률과는 다른 성격의 양이며, 확률의 법칙을 따르지 않고 있다. "A 또는 B의 확률"과 같은 구절은 단순한 의미를 갖고 있어, A와 B는 상호 배타적인 가능성들이지만, "A 또는 B의 우도"란 오히려 "피터나 폴의 수입"이라는 구절과 유사하여, 그 어느 것을 의미하고 있는가를 알기 전까지는 우리로서는 그것이 무엇인지를 알 수 없다.[5]

Statistics" (1922), rep. in W. A. Shewhart (ed.), *Contributions to Mathematical Statistics*, New York : John Wiley & Sons, 1950, No. 10, p. 326.

4) Ibid., pp. 310, 327.

5) R. A. Fisher, *Statistical Methods and Scientific Inference*, New York : Hafner, 1956, p. 68.

이를 설명하기 위해 예컨대 하나의 동전을 두 번 던져 두 번 다 앞면이 나온 경우를 생각해 보기로 하자.[6] 그렇다면 이 경우 그 두 번의 시행에 있어, 앞면이 나올 확률이 p=0.7이며 그것이 서로 독립적이라는 가설에 대한 우도는 $k_1 \times 0.7 \times 0.7 = 0.49k_1$이 될 것이며, p=0.3이며 그것이 서로 독립적이라는 가설에 대한 우도는 $k_2 \times 0.3 \times 0.3 = 0.09k_2$가 될 것이다. 따라서 이러한 상황하에서 서로 배타적인 확률 0.7과 0.3은 서로 합하여 1이 되는 반면, 그에 대응하는 우도는 $k_2 \times 0.3 \times 0.3 = 0.09k_2$가 될 것이다. 따라서 이러한 상황하에서 서로 배타적인 확률 0.7과 0.3은 서로 합하여 1이 되는 반면, 그에 대응하는 우도는 $k_1 = k_2 = 1$인 경우 그 합이 0.49+0.09 =0.58로서 1에 미치지 못하고 있음을 볼 수 있다. 결국 피셔의 우도는 콜모고로프의 확률의 공리를 따르지 않고 있는 것이다. 그러므로 "A 또는 B의 우도"라고 할 때 우리는 A의 우도를 알았다고 해서 B의 우도를 알 수 없고, 또 반대로 B의 우도를 알았다고 해서 A의 우도를 알 수도 없는 노릇이다. 이것은 마치 "피터나 폴의 수입"이라 할 때 그들 중 누구의 수입을 말한가가 확실히 알려질 때까지는 단지 어느 한쪽의 수입만을 알고서 그들의 수입을 합쳐 말할 수 없는 경우와 꼭 마찬가지이다. 상호 배타적니 가설들에 대한 우도들의 합은 결국 한정적이지 않기 때문이다.

이와 같은 우도의 개념 및 방법을 피셔는 1921년 "소규모 표본으로부터 연역된 상관계수의 '확률적 오류'에 관하여"(On the 'Probable Error' of a Coefficient of Correlation Deduced from a Small Sample)[7]라는 논문으로부터 시작하여 그가 죽을 때인 1962년에 이르기까지 지속적으로 피력하여 왔으며, 사실상 이것은 그 당시 풍미하던 이른바 "유의성 검정의 방법"(method fof significance testing)과 대비를 하여 역시 모집단의 어떤 모수를 추정(estimation)하는 방법으로서 제시가 되었던 것이다. 예컨대 그의 최후의 저서인 1956년의 「통계적 방법과 과학적 추리」(*Statistical Methods and Scientific Inference*)에서도 그는 유의성 검정에 기반을 둔 신뢰 한계(confid-

---

6) 이 예는 핵킹의 예를 지금의 논의에 맞게 적절히 변경한 것이다. (I. Hacking, *Logic of Statistical Inference*, Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1965, pp. 36-7 참조.)

7) *Metron*, Vol. 1, No. 4, 1921, pp. 3-32.

ence limits)의 방법과 자신의 우도를 비교하기 위해 다음과 같은 예를 제시하고 있다.[8]

이제 어떤 베르누이 시행에 있어 14번의 시행 중 3번의 성공이 관찰되었다고 해보자. 그러면 3 이하의 성공 횟수, 곧 0, 1, 2, 3회의 성공의 총확률은 0.557 초과의 성공률에 대해서는 단지 0.01 밖에 되지 않으며, 또 3부터 14까지의 성공 횟수에 대한 성공의 총확률 역시 0.0331 미만의 성공률에 대해서는 0.01 미만으로 떨어지게 마련이다. 이와 같은 경우 0.01이라는 값은 매우 작은 값이므로 어느 한 시행에 있어 그 성공의 확률은 0.0331과 0.557 사이에 있어야 하리라고 추측할 수 있으며, 이러한 한계를 넘어서는 모수의 값은 모두 기각해도 좋으리라 여겨진다. 이러한 식으로 어떤 모수가 취할 수 있는 가능한 값의 범위를 구하는 방법이 곧 신뢰 한계의 방법인 것이다.

이러한 방법은 아주 적은 수의 독립된 관찰로써 전체 모집단의 어떤 모수를 추정할 수 있는 한 가지 좋은 방법임에는 틀림이 없다. 큰 모집단에 관해 14번의 시행이란 상대적으로 아주 적은 횟수라 볼 수 있기 때문이다. 이 경우 우리는 해당 모집단에 관해 완전히 무지한 상태는 아니며, 어느 정도 정보를 갖고 있는 상태에서 신뢰 한계의 방법이란 효과적인 방법인 셈이다.

그러나 피셔 자신은 이와 같은 방법에 대해서는 사실상 다음과 같은 반론이 있어 왔음을 지적해 주고 있다. 즉 그 방법에 있어서는 실제로 관찰되지 않은 3보다 작은 값들을 실제 관찰된 값이 3과 동일하게 취급을 하고 있다는 반론이다. 그러한 취급은 단지 하나의 대체적인 추측일 뿐 정당화하기 어렵다는 것이다. 이 점에 대해 피셔 자신도 3 이하의 성공 확률이 아주 작을 때 그와 같은 작은 값이 나오게 된 주원인은 "정확히 3"의 경우에 있으며, 그 이외의 경우는 그다지 중요하지 않다는 데 주목할 필요가 있다고 말하고 있다.[9]

이에 비해 이제 그의 우도는 신뢰 한계의 방법에서보다는 이미 주어진 관찰 결과에 대해 "좀더 직접적으로 적절한"(more directly appropriate)

8) Op. Cit., p. 64.
9) Ibid., pp. 66-7.

값의 범위를 정해 주고 있다는 것이다.[10] 피셔에 있어 우도는 이미 관찰된 결과만을 가지고서 그 값을 계산해 낼 수 있기 때문이다.

그러므로 이제 앞서의 식 (2)로 되돌아가, 이미 관찰된 결과만을 가지고 전체 모집단에 관한 모수를 어떠한 식으로 결정하게 되는가를 좀더 자세히 살펴보기로 하자. 위의 식 (2)를 보면 주어진 가설의 우도는 결국 우리에게 알려져 있지 않은 어떤 모수 Pi에 관한 한 함수임을 알 수 있다. 그리고 이 경우 이 함수의 값은

$$p_i = a / (a+b) \qquad (3)$$

일 때 그 최대의 값을 갖게 됨을 또한 쉽사리 알 수 있다. 곧 이 값이 최대우도(maximum likelihood)의 값이며, 만일 우리가 우도의 값에 의해 어떤 모집단의 모수를 추정한다고 하면, 우리는 바로 이와 같은 최대 우도의 값을 주는 그 모수의 가설을 택하면 될 것이다. 이와 같은 식으로 결정된 추정치가 곧 이른바 "최대 우도 추정치"(최우 추정치, 최우치, maximum likelihood estimate)이며, 피셔가 모수에 관한 여러 가설들을 그의 이른바 "우도"로써 평가하여 가장 적절한 모수로서 정하게 되는 것은 바로 이와 같은 최대 우도 추정치인 셈이다.

이러한 경우 아마도 여타의 가설들은 최대 우도와의 상대적인 우도비(尤度比, likelihood ratio)로써 평가를 하면 좋을 것이다. 따라서 위의 식 (2)의 경우 그러한 우도비는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.[11]

$$\left(\frac{p_i}{a}\right)^{a}\left(\frac{1-p_i}{b}\right)^{b} (a+b)^{a+b}$$

$$\text{또는} \quad \frac{(a+b)^{a+b}}{a^{a}b^{b}} \cdot p_i^{a}(1-p_i)^{b} \qquad (4)$$

이로써 본절의 서두에 제시된 예에 있어 그 최대 우도 추정치는 7/10이며, 이것은 곧 주어진 표본에 있어 문제의 성질 M을 지닌 사람들의 상대 빈도와 일치하는 값이다. 이 경우 또한 최대 우도를 기반으로 한 그 우도비는

10) Ibid., p. 67.

11) Ibid..

1이 될 것이다. 이러한 결과는 일상적인 용어로 말한다면, 모집단 내에서의 어떤 모수는 그로부터 추출된 표본에 실제 나타난 비를 갖고 있을 법한 정도가 가장 크며, 또 실제로 나타난 표본의 결과를 중심으로 말하자면 그와 같은 모수에 대한 가설을 참으로 놓고 보았을 때 방금의 그러한 결과가 나타날 기회가 가장 클 수 있다는 것이다.

2. 우도와 지지의 정도

위의 제1절에서 우리는 모수를 추정함에 있어 피셔의 우도의 방법을 그가 제시한 예에 따라 간략한 유의성 검정의 방법과 비교를 한 바 있다. 어쩌면 그 양자의 방법은 그 결과에 있어서는 거의 유사한 결론으로 나아갈지 모른다. 그러나 피셔 자신은 이 두 방법의 차이점을 분명히 하고 있는데, 비록 그 결과에 있어서는 비슷한 경우가 있다 할지라도 나타난 관찰 결과에 대한 해석이나 그에 대한 태도는 전혀 다르다는 것이다. 예컨대 피셔는 상업 활동 등에서 주로 시행되고 있는, 어떤 제조 품목을 채택할 것인가 기각할 것인가의 여부를 결정하기 위한 테스트로서의 표본 조사 방법은, "자신이 행한 관찰로부터 실재(reality)에 대한 더 나은 이해를 얻고자 하는 과학자의 과정과는 전혀 다른 논리적 기반을 갖고 있다"[12]는 주장을 펴고 있는 것이다. 또 그는 예컨대 영국의 왕립 해군(the Royal Navy)과 같은 곳에서 어떤 기계에 관해 거듭거듭 테스트를 행하는 기술자와, 어떤 과학적 가설을 평가하고자 하는 과학자 사이의 차이를 지적하고 있기도 하다.[13] 이른바 "과학적 추리"(scientific inference)라고 할 때에도 여러 가지 종류가 있을 수 있는데, 어떤 특정의 가설을 염두에 두고 단지 주어진 관찰 증거의 관점에서 그것을 기각할 것인가의 여부만을 확인하고자 하는 경우와, 유한개의 가설이나 가설들의 연속체 중 가장 좋은 가설을 선택하고자 하는 경우가 있을 수 있는 것이다. 이러한 두 경우 중 유의성 검정의 방법은 전자에 적합한 반면, 우도의 분석은 바로 후자에 적합한 방법인 셈이다.[14]

12) Ibid., p. 5.
13) Ibid., p. 76ff.
14) H. E. Kyburg, ***The Logical Foundations of Statistical Inference,*** Dordrecht : D. Reidel, 1974, p. 68.

그렇다면 이제 앞서와 같은 우도의 비를 통해 우리의 관찰 결과를 기반으로 해당 모집단에 관한 여러 가설들을 평가해 줄 수 있는 근거는 무엇인가? 이 점에 관해 피셔 자신은 명확한 답을 주고 있지 않다. 그러나 피셔는 어느 한 곳에서[15] "우도는 고려 중인 여러 가능성들에 대해 자연적인 선호 순서를 부여해 준다"고 말한 바와 같이[16] 그것은 곧 주어진 관찰 결과가 여러 가설들을 지지(support)해 주는 정도를 표현해 주고 있음을 암암리에 시사해 주고 있다. 그렇다면 우리는 지금의 문제를 지지의 개념을 사용하여 다음과 같이 다시금 표현해 볼 수 있다. 즉 우도의 비에 따라서, 주어진 관찰 결과가 모집단에 관해 어느 가설을 여타의 가설보다 더 지지한다고 볼 수 있는 정당한 근거는 무엇인가?

이와 같은 질문은 결국 우도의 개념을 지지의 개념으로 해석을 해주고 있는 셈인데,[17] 이와 같은 해석의 정당성을 핵킹(I. Hacking)은 그의 이른바 "우도의 법칙"(law of likelihood)을 통해 제시해 준 바 있으므로,[18] 여기서는 일단 그의 그러한 작업을 따라가 보기로 하자.

그는 우선 지지의 개념과 빈도의 개념에 관해 우리가 갖고 있는 다음과 같은 일상적 직관을 소개하고 있다. 먼저 예컨대 어떤 종류의 모든 대상 X가 성질 Y 아니면 Z를 갖는 경우, 다음에 취할 어떤 대상 X에 대해 만일 '그 X는 Y이다'라는 추측이 '그 X는 Z이다'라는 추측보다 더 지지를 받는다고 하면, 빈도와 관련하여 그러한 비교의 정당성은 어떻게 구할 수 있는가를 알아보기로 하자. 그렇다면 우리의 일상적 직관은 이에 대해 다음과

15) Fisher, *Statistical Methods and Scientific Inference,* op. cit., p. 68.

16) 피셔는 자신의 우도는 어떤 가설에 대한 우리의 합리적 신념도(degree of rational belief)라고 말하고 있기도 하다(Fisher, "On the Mathematical Foundations…," op. cit., note; *Statistical Methods and Scientific Inference,* op. cit., p. 68.). 이에 관해서는 또한 아래의 제3절 참조.

17) 에드워즈 역시 이와 같은 식으로 우도를 해석하고 있으며, 그는 '지지'(support)라고 하는 것을 우도비의 자연 대수로서 정의를 하고 있다(Edwards, *Likelihood,* op. cit., p. 30ff.). 우도에 대해 자연 대수를 사용하는 일은 또한 피셔에 있어서도 볼 수 있다(Fisher, "On the Mathematical Foundati ons…," op. cit.).

18) Hacking, *Logic of Statistical Inference,* op. cit., Ch. V.

같은 정당성을 부여해 준다는 것이다. 즉 만일 '그 X는 Z이다'라는 추측이 참이라고 한다면, 지금의 특수한 상황하에서, 사실은 '그 X는 Y이다'라는 추측이 참일 경우 나타날 수 있는 것보다 한층 더 드물게(more rarely) 나타나는 그 어떤 것이 나타났었으리라는 직관이다. 이와 같은 직관을 좀 더 일반화된 방식으로 정식화하면 다음과 같다.

> 만일 어떤 가설 h는, 데이타 d와 더불어, 드물게 나타나고 있는 것들의 한 사례인 그 어떤 것이 사실상 특정 경우에 나타나고 있음을 함축하고 있는 반면, 역시 d와 무모순적인 또 다른 가설 i는, d와 더불어, 앞서보다 덜 드물게 나타나고 있는 것들의 한 사례인 그 어떤 것이 앞서와 똑같은 경우에 나타나고 있음을 함축하고 있다면, 여타의 정보가 없는 경우, d는 h보다 i를 더 지지하게 된다(d supports i better than h).[19]

지금의 이 정식과 바로 위의 예를 비교해 보면, '그 X는 Y이다'라는 추측은 가 설 i에, 그리고 '그 X는 Z이다'라는 추측은 가설 h에 해당하는 셈이다. 요컨대 핵킹이 지적한는 바 우리의 직관에 따른다면, 예전의 빈도에 의거해 볼 때 덜 드물게(less rarely) 나타났던 어떤 사건이 더 드물게 나타났던 어떤 사건보다 앞으로의 같은 종류의 사건에 대해 더 높은 지지도를 부여하게 된다는 것이다.

피셔에 있어 우도는 어떤 통계적 가설과 관찰된 결과라는 하나의 쌍에 대해 적용되고 있다. 핵킹은 방금 위에서 제시한 우리의 직관을 좀더 정확히 제시하기 위해 바로 이와같은 가설과 결과의 쌍을 그의 이른바 "결합 명제"(joint proposition)로써 표현을 해주고 있다.[20] 먼저 단순 결합 명제(simple joint proposition)란 다음과 같은 하나의 명제를 말한다. 즉 '장치 X에서의 종류 K의 시행상 확률[21] 분포가 D이고, 종류 K의 시행 T에서 결과 E가

---

19) Ibid., p. 55.

20) Ibid., p. 57ff.

21) 핵킹은 사실 "확률"이란 말 대신에 "챤스"(chance)란 용어르 사용하고 있다. 이 용어는 특히 빈도 개념의 "확률" 대신에, 단지 어떤 시행 대상이 갖는 성질 내지는 성향으로서의 확률 개념을 표현하기 위해 도입되었다(Ibid.,

나타난다'라는 형식의 명제이다. 이것은 〈X, K, D; T, K, E〉와 같은 6순서조로 써 나타낼 수 있다. 그렇다면 이산 확률 분포에 있어 단순 결합 명제 〈X, K, D; R, K, E〉의 우도는, 종류 K의 시행에 있어 만일 그 확률 분포가 D라면 확률P(E)는 얼마가 되겠느냐 하는 문제로 환원될 수 있다. 즉 D에 따른 P(E)의 문제이다. 여기서 복합 결합 명제(composite joint proposition) 또는 단순히 결합 명제라고 하는 것은 단지 종류 K의 시행상 확률 분포가 집합 Δ;의 한 원소라는 사실과 결과 E가 종류 K′의 시행에서 나타나고 있다는 점만이 앞서의 단순 결합명제의 경우와 다를 뿐이다. 따라서 복합 결합 명제는 〈X, K, Δ, T, K′, E〉의 6순서조로써 표현될 수 있다. 결국 앞의 단순 결합 명제는 지금의 복합 결합 명제 중의 하나로 생각할 수 있는 셈이다.

핵킹은 이제 이와 같은 새로운 용어들을 사용함으로써 앞서의 직관을 다음과 같이 좀더 정확히 정식화해 주고 있으며, 이것이 그의 이른바 "우도의 법칙"에 대한 좀더 정확한 기술이다.

> 만일 h와 i가 단순 결합 명제이고 e가 결합 명제이며, e가 h와 i 둘 다를 포함하고 있다면, h의 우도가 i의 우도보다 클 때 e는 i보다 h를 더 지지한다.[22)]

또는 우도의 비를 사용하여 기술하면 다음과 같다.

> 만일 h와 i가 결합 명제 e에 포함된 단순 결합 명제들이라면, i에 대한 h의 우도비가 1보다 클 때 e는 i보다 h를 더 지지한다.[23)]

그러므로 이와 같은 정식하에서라면 우도의 개념과 지지의 개념이 분명하게 연결되어 나타나게 된다. 그리고 이 때의 우도의 상대적인 비교는 모집단에 있어 상대 빈도에 관한 우리의 직관에 의존하고 있다. 만일 어떠한 결과가

---

pp. 10-2). 그러나 지금의 맥락에 있어 확률에 대한 이와 같은 개념의 차이는 문제가 되지 않으므로, 여기서는 그대로 "확률"이란 용어를 사용하기로 한다.

22) Ibid., p. 59.

23) Ibid., p. 70.

관찰되었다고 하면, 그러한 결과는 좀더 자주 일어나고 있는 어떤 것들의 사례라고 보는 것이 옳다는 것이다.

그런데 만일 이와 같이 우도의 개념과 지지의 개념을 서로 연관짓게 된다면, 우리는 피셔의 우도의 개념을 또한 전통적인 의미에 있어 귀납추리(inductive inference)의 관점에서 평가할 수 있게 된다. 일반적으로 귀납 추리에서는, 그 전제와 결론 사이에 아무런 필연적인 관계도 존재하지 않고, 따라서 단지 주어진 전제가 해당 결론을 어느 정도 지지하느냐 하는 것만이 문제가 되고 있기 때문이다.[24] 그러나 같은 귀납 추리라 하더라도 그것에는 여러 종류가 있을 수 있으며, 그것이 어떤 종류의 귀납 추리인가에 따라 전제가 해당 결론을 지지하는 정도도 달라지게 마련이다. 그렇다면 피셔의 우도는 이와 같은 귀납 추리의 관점에서 어떠한 종류의 귀납 추리에 속하는 것인가? 만일 핵킹의 분석대로 우도의 개념을 지지의 개념으로 해석을 한다고 하면, 그것은 결국 전체 모집단으로부터 그로부터의 한 표본으로의 추리 형식을 취하고 있으므로, 귀납 추리 중 이른바 "직접 추리"(direct inference)에 해당된다 할 수 있다. 왜냐하면 아직 모집단 전체에 관해서는 실제 관찰한 바 없지만, 그것의 어떤 모수, 즉 제1절 첫머리의 우리의 예에서라면 성질 M을 가진 사람들의 비율을 가설 H로 놓고, 오히려 그로부터 실제 관찰된 결과 E가 나온 것으로 보고 있기 때문이다. 이 점은 특히 주의할 필요가 있는데, 우리는 이 경우 자칫 이미 관찰된 표본으로부터 가설로 나아가는 추리로 보기 쉽기 때문이다. 이른바 "역추리"(inverse inference)인 것으로 오해하기 쉽다는 것이다. 그러나 만일 이와 같이 이미 관찰된 표본으로부터 모집단에 관한 어떤 모수를 추리해 나가는 역추리가 행해지기 위해서라면 이른바 "사전 확률"(prior probabibity)이 필요하며, 이로부터 그러한 표본을 조건으로 하는 조건 확률, 즉 "사후 확률"(posterior probability)을 구하기

---

24) 카르납은 귀납 논리(inductive logic)와 귀납의 방법론(methodology of induction)을 엄밀히 구분한 바 있다. 전자야말로 여기서 말하는 귀납 추리와 관련되어 있고, 후자는 그와 같은 귀납 논리를 적용하기 위한 제방법(諸方法)과 관련되어 있다. 즉 후자는 하나의 귀납적 가설을 얻기 위해 어떻게 관찰하고 실험할 것인가 등등의 방법과 관련되어 있다. (Carnap, *Logical Foundations of Probability,* op. cit., sec. 44.)

위한 베이즈의 정리(Bayes' theorem)가 필요하게 된다. 즉 다음과 같은 정리이다.

$$P(H|E) = \frac{P(E \cap H)}{\sum_{p=1}^{n} P(E \cap Hp)} \quad (5)$$

여기서 $P(E \cap H) = P(H) \times P(E|H)$ 이므로 위의 식은 또한 다음과 같이 바꿔쓸 수도 있다.

$$P(H|E) = \frac{P(H) \times P(E|H)}{\sum_{p=1}^{n} \{P(Hp) \times P(E|Hp)\}} \quad (6)$$

위의 식 (6)에 있어 P(H)가 바로 가설 H에 대한 사전 확률이며, P(H|E)가 그에 대한 사후 확률인 셈이다.

그런데 위의 식 (6)을 보면 사후 확률 P(H|E)는 P(H) × P(E|H)에 비례하고 있음을 볼 수 있고, P(H|E)는 상수 k=1인 경우의 가설 H에 대한 우도임을 알 수 있다. 따라서 어떤 가설 H에 대한 사후 확률은 위의 식 (6)에 따른다면 결국 그 가설 H에 대한 사전 확률과 우도에 각각 비례한다고 할 수 있다. 이 점은 우리가 사후 확률, 사전 확률, 그리고 우도와의 관계를 논함에 있어 대단히 중요한 관계인데, 바로 여기에 있어 사전 확률이 안고 있는 난점과, 그에 따라 어떤 가설을 평가함에 있어 우도를 도입하는 이유가 더욱 뚜렷이 부각되기 때문이다.

방금 지적한 대로 어떤 가설 H에 대한 사후 확률은 그에 대한 사전 확률과 우도의 곱에 비례하고 있고, 따라서 또한 사전 확률 및 우도에 각각 비례하고 있다. 그러므로 이 경우 만일 우리가 가설 H에 대한 우도를 구하고 그에 따라 여러 가설 중 특히 높은 우도를 지닌 가설을 택한다고 하면, 그것은 곧 사후 확률값이 높은 가설의 선택과 일치하게 된다. 그러나 단지 가설 H에 대한 사후 확률 P(H|E)를 먼저 구함으로써 그것의 비교로써 가설을 선택하고자 한다면, 사전 확률 P(H)를 알 필요가 있다. 그러나 이와 같은 사전 확률 P(H)를 알 필요가 있다. 그러나 이와 같은 사전 확률 P(H)는 어떻게 구할 수 있는가? 사실 어떤 가설에 대한 직접적인 경험적 증거 없이 그에 대한 확률값을 구한다고 하는 것은 쉬운 일이 아니다.

직접적인 경험적 증거의 결여라고 하는 점에서는 우리는 어쩌면 무지의 상태로부터 주어진 가설에 대한 확률을 구하고자 하는 셈이다. 전통적으로 이 점에 대해서는, 이른바 "무차별의 원리"(Principle of Indifference)에 따라, 만일 각 선택지에 대해 그 어느 것을 특별히 선호할 경험적인 증거가 결여되어 있을 때에는 그러한 선택지들에 대한 사전 확률값을 모두 동일한 것으로 보자는 주장이 있어 왔다.[25] 예컨대 어느 한 주사위에 대해 그 여섯 개의 눈 각각이 나올 사전 확률을 구하고자 하는 경우, 만일 그 어느 눈이 더 많이 나오리라고 기대할 수 있는 아무런 경험적 증거도 없는 경우라면, 우리는 그 각각에 대해 모두 동일한 확률값, 즉 1/6을 부여할 수 있다는 것이다.

그러나 이와 같은 무차별의 원리를 적용하는 데 따른 문제점 역시 잘 알려져 왔으며,[26] 그 가장 전형적인 난점 중의 하나는 역시 그렇게 가능한 선택지들을 어떻게 구분해 낼 것이냐 하는 점이다. 예컨대 위의 주사위의 경우 '6'의 눈이라고 하는 것은 전체 눈 하나하나를 기준으로 보면 그 여섯 가지 경우 중의 하나이므로 위의 무차별의 원리에 따른다면 위와 같이 1/6의 사전 확률을 가질지 모른다. 그러나 동시에 그것은 짝수이기도 하다는 관점에서 짝수 눈 중의 하나라는 기준에 따라 위의 원리를 적용하게 되면 그 눈은 1/3의 사전 확률을 갖게 되어, 위의 결과와는 서로 양립 불가능한 결과를 낳게 된다. 그러므로 그와 같이 가능한 선택지들을 객관적으로 엄밀히 구분해 줄 수 있는 기준이 없는 한, 그와 같은 구분은 다분히 주관적일 수 밖에 없는 노릇이다.

피셔는 사실상 사전 확률을 구하는 데 따른 이와 같은 난점을 충분히 인식하고 있었으며, 통계적 추리에 있어 그와 같은 주관적인 요소를 배제하는 데 주력을 하였다. 그의 이러한 노력은 이미 그의 「통계적 방법과 과학적

---

25) 이것은 라플라스(M. de Laplace)이래의 전통이며, 예컨대 Carnap, *Logical Foundations of Probability,* op. cit., p. 188 참조.

26) J. M. Keynes, *A Treatise on Probability,* 2nd ed. (1929), London : Macmillan, 1957, Ch. 4; W. C. Salmon, *The Foundations of Scientific Inference,* Pittsburgh : Univ. of Pittsburgh Press, 1966, p. 65ff, 참조.

추리」 앞머리에서도 분명히 전제되어 있는데, 그는 베이즈가 자신의 결과를 발표하길 꺼린 이유는 바로 그와 같이 사전 확률에 포함되어 있는 자의적인 요소를 베이즈 자신이 깨닫고 있었기 때문이라는 지적을 해주고 있다. 더군다나 "더 중요한 문제는 과학적 탐구, 특히 실험들을 해석함에 있어 사전 확률에 대응하는 어떤 표현을 삽입할 만한 정당한 이유가 있느냐의 문제"임을 지적해 주고 있다.[27] 그러므로 피셔가 그의 우도를 제시한 목적은 물론 그와 같은 베이즈의 귀납적 추리 이론을 대신할 만한 좀 더 객관적인 측도를 제시하기 위한 것이었다.

여기서 '객관적'이라는 말은 그 측도가 오로지 경험적으로 주어진 결과에 대해 일정한 확률 분포에 관한 모델로부터만 나오고 있음을 의미한다. 피셔의 우도에 있어 보면 경험적으로 주어진 결과는 모집단으로부터 추출된 하나의 표본이며, 그 모집단에 대한 모수는 추정에 의해 가정되고 있을 뿐이다. 그리고 일단 이와 같은 식으로 모수에 대한 가정이 이루어지고 나면, 그와 같은 가정하에서 주어진 결과가 나타날 정도(또는 상수 k=1일 때의 그와 같은 결과의 조건 확률)는 얼마나 되겠는가를 구하는 것이다. 이것은 오히려 역추리가 적용될 상황을 직접 추리의 상황으로 전환시킨 것이라고도 볼 수 있다.

3. 우도와 카르납의 확증도

피셔는 1922년의 논문 "이론 통계의 수학적 기초에 관하여"(On the Methematical Foundations of Theoretical Statistics)에 있어서도 역시 확률과 자신의 우도의 차이점을 강조하면서 다음과 같은 각주를 붙인 바 있다.

> 위에서 정의한 우도는 수학적 확률과 근본적으로 차이가 날 뿐 아니라, 최근 케인즈 씨가 불확실한 추리의 처리 방법을 개발하기 위해 제시한 논리적 '확률'(logical 'probability')과도 또한 차이가 남을 지적해 두어야

27) Fisher, *Statistical Methods and Scientific Inference*, op. cit., p. 17.

> 하겠다. 후자는 수학적 확률을 적용하는 데 필요한 통계적 정보가 결여된 경우에 적용 가능한 것이었다. 물론 어떤 중요한 부류의 사례들에 있어서는 우도는 케인즈 씨의 그 '확률'과 꼭 같은 의미에 있어 하나의 결론에 대한 우리의 합리적 신념도(the degree of our rational belief)를 측정한다고 말할 수 있다. 그러나 후자의 양(量)은 다소 자의적으로 수학적 확률에 있어 가법 정리(addition theorem)에 따르도록 제약되어 있으므로, 우도라고 하는 것은 명백히 그 범위를 벗어나는 양인 셈이다.[28]

위의 주를 보면 피셔의 우도는 수학적 확률 뿐 아니라 케인즈의 이른바 "논리적 '확률'"과도 다름을 알 수 있으나, 후자의 경우에는 사정이 조금 다름을 알 수 있다.

케인즈(J. M. Keynes)는 그의 저서 「확률론」(*A Treatise on Probability*)에서 확률은 관계적인 것으로 어떠한 명제도 그 자체로는 확률적인 것도 비확률적인 것도 될 수 없음을 지적한 뒤, 이와 같은 지적들은 결국 "명제들의 어느 두 집합 사이에서 만일 그 어느 하나로부터 또 다른 하나로의 결정적인 논증이 불가능한 경우에라도 그들 둘 사이에는 '하나의 논리적인 관계'가 존재하고 있음을 강조하기 위한 것"이었음을 밝히고 있다.[29] 고전적인 수학적 확률과 이른바 논리적 확률이 다른 점은 바로 여기에 놓여 있다. 일반적으로 수학적 확률이란 어느 한 사건에 대해 그러한 사건과 관련된 가능한 모든 경우에 대한 관련 사건의 해당 가능성의 경우의 비로서 정의되고 있다. 그러나 케인즈가 생각하는 논리적 확률이란 적어도 두 개의 어떤 명제들 사이에 성립하고 있는 하나의 논리적 관계의 표현인 것이다. 다만 이와 같은 논리적 관계에 있어 그 관계가 결정적으로 논증(argue demonstratively) 가능한가의 여부에 따라 확실한 지식(certain knowledge)과 그렇지 못한 확률적 신념(probale belief)으로 구분될 따름이다. 그러나 어느 경우이든 그 두 경우는, 그것이 모두 주어진 전제로부터 지지받고 있는 결론에 대한 신념이란 점에서 하나이 합리적 신념이라 할 수 있으며, 바로 이와 같은 이유에서 케인즈는 자신의 확률론은 합리적 신념도와 관련이 되어 있다고

28) Op. cit., p. 327.
29) Op. cit., pp. 6-8.

말하였다.[30]

피셔 역시 자신의 우도는 하나의 결론에 대한 우리의 합리적 신념도를 측정하기 위한 것이라 말하고 있다. 이 점에 있어서는 케인즈의 논리적 확률이 의도하는 바와 꼭 마찬가지인 셈이다. 우도 역시 경험적으로 주어진 표본을 기반으로 모집단에 대한 가설을 평가하고 있다. 단지 가설 그 자체만에 대한 신념이 아니고, 주어진 데이타에 기반을 둔 신념인 것이다. 따라서 그러한 신념은 어떠한 데이타가 주어졌는가에 따라 변화할 수 있는 신념이다.

그러나 그러한 신념을 측정하는 측도의 성격에 있어서 본다면 케인즈가 말하는 논리적 확률과 자신의 우도는 그 성격이 판이하게 다르다고 보는 것이 피셔의 입장이다. 그리고 그 예로서 피셔는 특히 자신의 우도가 확률론에 있어 가법 정리(내지 공리)를 따르지 않고 있음을 들고 있다.

우도라고 하는 것을 피셔의 정의대로 정식화한다고 하면, 물론 그것은 확률에 있어 가법 정리를 따르지 않을 수 있다. 그러나 과연 그것이 하나의 결론에 대한 우리의 합리적 신념을 측정하고자 하는 것이라면, 현재의 우리로서는 다만 그러한 차이점만으로 가설을 평가하는 통계적 문제에 있어 단순히 논리적 확률과 우도를 갈라 놓을 수는 없는 노릇이다.

케인즈는 확실히 확률이라고 하는 것을 적어도 두 명제간의 논리적 관계를 표현하는 것으로 보고 그러한 확률 논리를 개발하려고 노력한 점에서는 이른바 논리적 내지 귀납적 확률(logical or inductive probability) 개념의 대표자 중 한 사람으로 볼 수 있다. 그러나 그는 오직 상대적인 확률의 비교만이 가능하다고 보았을 뿐, 구체적으로 0부터 1까지의 어느 특정한 값을 취하는 양적인 확률은 일반적으로 구하기 어려운 것으로 보고 있다.[31] 여기서 우리가 그러한 주장의 정당성 여부를 논할 필요는 없을 것이다. 다만 그러한 회의에도 불구하고 그의 이후 카르납은 좀더 엄밀한 형식에 있어 정량적인(quantitative) 귀납적 확률 체계를 구축하였던 것이다. 그러므로 이제 이하에서는 카르납의 새로운 확률 논리로써 피셔의 우도를 평가하는 작업을 시행해 보기로 하자.

사실 카르납 자신은 어떤 증거와 가설에 대한 귀납적 확률을 이른바 "확증도"

30) Ibid., pp. 10-1.
31) Ibid., Ch. 3.

라고 불렀으며, 그와 같은 확증도는 적어도 그의 초기에는 증거 및 가설의 문장(sentence)들에 적용되는 것이었다. 그리고 그의 확증도가 이와 같이 증거 및 가설의 문장들에 적용되고 있다고 하는 사실은 일면 그의 확률 체계 구축에 있어서는 커다란 도움이 되기도 하였지만, 또 일면으로는 일반적인 귀납 이론의 관점에서 중요한 약점이 되기도 하였다.

카르납이 연역 논리에 있어서와 마찬가지로 그의 확률 체계, 곧 그의 이른바 "귀납 논리"(inductive logic)에 있어서도 엄밀한 형식을 갖추고 정량적인 확률 체계를 제시할 수 있었던 그 가장 중요한 초석 중의 하나는 역시 그의 이른바 "상태 기술"(state-description)에 놓여 있다. 그의 상태 기술이란 하나의 언어 체계에 있어 주어진 논의 영역 중의 가능한 모든 경우에 대한 낱낱의 완전한 기술을 말한다. 예컨대 단지 두 개의 개체 상항 'a_1', 'a_2' 및 하나의 원초 술어(primitive predicate) 'P'만을 지닌 극히 간략한 언어 체계를 고려해 보기로 하자. 그렇다면 이러한 언어 체계 내에서 가능한 모든 상태 기술이란 다음과 같은 4가지뿐이다. 즉 '$Pa_1. Pa_2$', '$Pa_1. \sim Pa_2$', '$\sim Pa_1. Pa_2$', '$\sim Pa_1 \ \sim Pa_2$', 이다. 즉 이 언어 체계 내에서 표현 가능한 있을 수 있는 모든 경우란 이와 같은 4가지뿐이란 것이다. 좀더 일상적인 표현을 쓰자면, 예컨대 'a_1'과 'a_2'는 각각 서로 다른 두 송이의 꽃 A1과 A2를, 그리고 'P'는 붉다는 속성을 나타낸다고 해보자. 그러면 위의 첫번째 상태 기술은 '꽃 A1도 붉고 꽃 A2도 붉다'는 문장이 되고, 맨 마지막의 상태 기술은 '꽃 A1도 붉지 않고 꽃 A2도 붉지 않다'라는 문장이 될 것이다.

일단 이와 같이 주어진 언어 체계 내에서 가능한 모든 상태 기술이 주어지고 나면, 그 각각의 상태 기술에 대해 0보다 큰 양의 실수값을 부여하여, 그 모든 합이 1이 되게 하는 하나의 함수를 정할 수 있는데, 이와 같은 함수를 "규칙적 m-함수"(regular m(measure)-function)라 부른다. 그런데 이와 같이 상태 기술에 값을 부여함에 있어서는 동일한 구조를 지닌 상태 기술들에 대해서는 어떠한 식으로 값을 부여할 것인가를 고려할 필요가 있다. 왜냐하면 그러한 상태 기술들은 단지 개체 상항들의 순서만 뒤바뀔 뿐 그 구조에는 변함이 없기 때문이다. 예컨대 위의 4가지 상태 기술 중에서는 '$Pa_1. \sim Pa_2$'와 '$\sim Pa_1. Pa_2$'가 이에 해당된다 할 수 있다. 이와 같은 상태 기술들을 서로 "동형"(isomorphic)이라 부르며, 카르납은 이와 같은 동형의 상태기술들에 똑같은 값들을 부여하는 규칙적 m-함수를 "대칭적 m-함수"(symmetrical m-function)라 불렀다.[32]

그러나 이와 같은 m-함수들은 단지 상태 기술들에 대해 일정한 값을 부여할 뿐 , 정작 확증도를 구하기 위한 함수는 증거 문장 e 및 가설 문장 h에 대한 다음과 같은 조건 함수 c(h, e)에 의해 주어진다. 이것은 하나의 정의이며, 대칭적 m-함수를 기반으로 정의된 다음과 같은 c-함수는 "대칭적 c-함수"(symmetrical c(confirmation)-function)라 부른다.[33]

$$c(h, e) = df\ m(e, h)\ /\ m(e) \qquad (7)$$

카르납의 초기에 있어 직접의 귀납 추리(direct inductive inference)는 적어도 이와 같은 대칭적 c-함수로 충분한 것으로 설명되고 있다. 귀납에 있어 직접 추리란, 앞에서도 언급한 대로, 어떤 전체 모집단으로부터 그로부터의 한 표본으로 나아가는 추리를 말한다. 카르납에 있어서는 이와 같은 경우 주어진 표본에 관한 한 가설의 확증도, 즉 그에 대한 c-값을 구하는 것이 문제가 되고 있다.

예컨대 어떤 한 언어 체계 내에서 다음과 같은 가정을 해보기로 하자. 즉 모두 n개의 개체로 이루어진 한 모집단에 있어 원초 술어 'M'으로 표현될 수 있는 성질을 가진 개체의 수가 n_1개로서 그 상대 빈도 $r_1=n_1/n$이라 해보자. 이 때 그 모집단으로부터 크기 s인 한 표본을 추출한 경우, 그 표본 중에 술어 'M'으로 표현된 성질을 지닌 개체의 수 s_1에 관한 가설 h에 대한 c(h, e)는 어떻게 될 것이냐 하는 문제이다. 여기서 물론 증거 문장 e는 모집단에서의 문제의 상대 빈도가 나타나 있는 문장을 말한다.

바로 이와 같은 경우 카르납은 그 c(h, e) 값은 $s_1=sr_1$일 때 가장 크며, 특히 $s=s_1=1$인 경우에는 그 값이 $n_1/n=r_1$이 됨을 입증하였다.[34] 이러한 입증은 곧 전체 모집단에서의 어떤 성질에 관한 개체들의 상대 빈도는 그 표본들에도 그대로 유지된다고 보는 것이 c-값의 입장에서 가장 좋다는 것이다.

카르납의 이와 같은 결론은 앞서 피셔가 모수를 추정하는 과정과는 약간의

32) Carnap, *Logical Foundations of Probability,* op. cit., Chs. V, VIII.
33) Ibid., p. 295, D55-3 및 Ch. VIII 참조.
34) Ibid., pp. 495-6, T94-1c(3), e.

차이가 있을지 모른다. 왜냐하면 방금 카르납의 경우에는 모집단의 모수가 이미 알려진 것으로 되어 있고, 그로부터 그 표본의 해당 상대 빈도를 구하고 있는 반면, 피셔에 있어서는 단지 표본의 결과만이 알려져 있고, 그로부터 모수를 추정하고 있기 때문이다. 그러나 사실은 피셔의 경우에 있어서도 그와 같은 모수는 미리 가정이 되어 있는 상태이며, 그와 같이 가정되어 있는 모수를 단지 그의 우도 함수에 의해 평가하여 가장 높은 우도의 값을 지닌 모수를 적절한 추정치로서 선택하고 있을 따름이다. 요컨대 카르납의 경우에는 모수가 이미 확연히 알려져 있는 반면, 피셔에 있어 그것은 다만 가정되어 있을 따름이다. 그러나 어느 경우에 있어서건 이미 주어진 모수로부터 표본의 결과를 평가하고 있는 점에서는 양자가 공통되며, 이러한 점에서 카르납 자신도 우도를 구하는 일은 곧 직접 추리에 해당함을 분명히 밝힌 바 있다.[35]

만일 사정이 이러하다면, 직접 추리에 있어 카르납의 확증도와 피셔의 우도는, 비록 그것이 의미하는 바는 각각 다를지라도, 결국은 동일한 결과를 낳게 되는 셈이다. 즉 가장 큰 c-값이나 최대의 우도값에 있어서 본다면 모집단에 있어서의 어떤 성질에 관한 상대 빈도는 표본에 있어서의 그것과 일치하는 것이다.

또한 피셔가 말하는 바 그의 우도가 주어진 가설에 대한 우리의 합리적 신념을 측정하는 측도가 된다 할 때, 카르납의 확증도 역시 그와 동일한 목적을 가진 측도라 할 수 있다. 왜냐하면 첫째 무엇보다도 카르납의 확증도란 앞서 언급한 케인즈의 논리적 확률 개념에 대한 새로운 해명으로서, 이미 피셔 자신이 자신의 우도는 어느 면 케인즈의 그 확률과 목적을 같이한다고 말한 바 있고, 둘째 앞서 본 논문의 서언에서 언급했듯이 적어도 그의 초기에 있어 카르납은 자신의 확증도는 증거적 지지도에 관한 하나의 해명으로 보았는데, 이것이야말로 피셔의 우도가 의도하는 진정한 의미이기 때문이다. 어쩌면 이 두번째 점에 대해서는 '합리적 신념도'라는 용어로 인하여 불필요한 혼란이 있을지도 모르겠다. 왜냐하면 이러한 용어는 확률에 관한 주관주의적인 해석(subjective interpretation of probability)을 주장하는 이들에게 있어 전형적인 용어이기 때문이다. 예컨대 주관적 확률론자들인 램지, 드 피네티,

35) Ibid., p. 332.

새베지 등은 어떤 확률의 의미를 주어진 명제에 대해 확률의 공리를 따르는 우리의 구체적인 신념으로 보고, 바로 이러한 때 우리의 신념은 합리적인 것이 된다고 보았던 것이다. 그러한 때 그 명제에 대한 우리의 신념은 손실을 초래하지 않기 때문이다.[36] 그러나 피셔의 우도가 지니는 의미로 보아 그것이 주관적 확률론자들이 주장하는 바 "(주관적인) 합리적 신념도"가 되지 않음은 분명하다. 왜냐하면 피셔의 우도는 이와 같이 주관적이기 보다는 차라리 객관적이기를 노력하는 것으로, 우리의 구체적인 신념과 관련되어 있기보다는 주어진 증거가 해당 가설을 지지하는 정도와 관련되어 있기 때문이다. 다만 피셔의 우도에서는 어떤 모수에 대한 우리의 신념이 객관적으로 주어진 표본에 의존하고 있기 때문에 "합리적"일 따름이다. 마치 케인즈의 논리적 확률에 있어 주어진 증거 명제를 기반으로 그 명제와 가설 명제 사이의 논리적 관계가 문제시되고 있으므로 가설 명제에 대한 우리의 신념이 "합리적"인 것과 마찬가지이다.

피셔의 우도와 카르납의 확증도가 직접 추리에 관한 그 결과와 그 의도에 있어 이와 같이 서로 일치한다 하더라도, 물론 우리는 그것 사이의 차이를 간과할 수는 없는 노릇이다. 오히려 그러한 차이로 인하여 양자는 서로의 방법을 비판할 수 있는 기반을 얻고 있는 것이다. 피셔는 거듭 강조했듯이 자신의 우도는 수학적 확률이나 논리적 확률이 아니라고 주장하고 있다. 그러나 카르납의 확증도는 그것이 확률의 공리들을 따르고 있다고 하는 점에서 분명 하나의 확률이며, 그 자신 그것은 우리가 갖고 있는 적어도 한 가지 확률 개념에 대한 해명임을 선언하고 있다.[37] 그럼에도 불구하고

36) F. P. Ramsey, *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, London : Routledge & Kegan Paul, 1931; B. de Finetti, *Foresight : Its Logical Laws, its Subjuctive Sources*(1937), English trans., in H. E. Kyburg and H. E. Smokler(eds.), *Studies in Subjuctive Probability*, New York : John Wiley & Sons, 1964; L. J. Savage, *The Foundations of Statistics*, New York : John Wiley & Sons, 1954.

37) Carnap, *Logical Foundations of Probability*, op. cit., Ch. II, p. 161ff.. 여기서 카르납은 우리의 확률 개념을 경험적인 것(확률 2)과 귀납적 내지 논리적인 것(확률1)으로 대분하고, 이 중 자신의 귀납 논리는 후자에 대한 해명임을 밝히고 있다. 전자는 예컨대 사건들간의 상대 빈도와 같은 것들을 말한다.

카르납은 또한 자신의 확증도가 직접 추리의 분야에 있어 피셔의 우도가 낳는 결과와 동일한 결과를 주는 까닭은 특히 그 분야에 있어서는 해당 확증도가 언어에 기반을 둔 논리적 요소에 의존하고 있지 않기 때문이라고 주장하고 있다.[38] 카르납의 확증도에 있어 이와 같은 언어-논리적인 성격은 앞서 언급한 대로 그의 체계의 강점이 되기도 하지만, 또한 동시에 약점이 되기도 하고 있다. 전자의 경우 그러한 성격은 이미 그가 엄밀한 귀납 논리를 구축하는 데 커다란 역할을 하였거니와, 이러한 방향에서의 새로운 귀납 논리는 또한 피셔의 우도가 안고 있는 난점을 지적하고 수정하는 데에도 일조를 가할 수 있게 된다. 그러므로 이하에서는 카르납의 귀납 논리가 보고 있는 피셔의 난점을 살펴보고, 동시에 카르납 자신의 약점을 살펴보기로 하자.

4. 최대 우도의 방법과 카르납의 역추정

만일 어떤 가설에 대한 우도를 주어진 데이타가 그 가설을 지지하는 정도로 해석을 한다 하면, 여러 가설 중 그 우도가 최대가 되는 가설을 선호함은 자연스러운 일이다. 즉 만일 그 가설이 어떤 모집단의 모수에 관한 가설이라고 하면, 바로 그 추정치를 해당 모집단에 관한 가장 적절한 추정치로서 선호할 수 있다는 것이다. 피셔에 있어 이와 같은 원리를 이른바 "최대 우도의 원리"(Principle of Maximum Likelihod)라 부르며, 이와 같은 원리에 따라 어떤 모수에 관한 가장 적절한 추정치를 구하는 방법을 이른바 "최대 우도의 방법"(Method of Maximum Likelihood)이라 부른다.[39]

이와 같은 피셔의 최대 우도의 방법은 확실히 그 크기가 큰 표본의 경우에는 일견 신빙성이 있어 보일지 모른다. 그러나 그 크기가 작은 경우에는 심각한 난점이 발생할 수 있는데, 예컨대 제1절에서의 예로 되돌아가 보기로 하자. 지금의 특별한 예에 있어 만일 최대 우도의 방법을 따른다고 하면, 표본에 주어진 어떤 성질에 관한 상대 빈도는 해당 모집단에 있어서도 그대로 유지되

38) Ibid., p. 333, sec. 94, Appendix sec. 110B.

39) Fisher, "On the Mathematical Foundations…," op. cit., pp. 323-4.

는 것으로 추정할 수 있을 것이다. 따라서 1절에서의 예에서는 표본에서 관찰된 7/10의 비율이 해당 모집단에 있어서도 그대로 유지되는 것으로 추정되었던 것이다. 그러나 이제 만일 겨우 크기 2인 표본을 추출한 결과, 그 모두가 성질 M을 가진 개체였다고 해보자. 그렇다면 이 경우 표본에서의 해당 상대 빈도는 1이 될 것이고, 최대 우도의 방법에 따라 그에 대한 모집단에서의 상대 빈도 역시 1이 된다고 추정할 수 있을 것이다. 또 심지어는 소규모 표본에 있어 문제의 성질을 가진 개체가 전혀 발견되지 않는 경우에는 모집단에서의 해당 상대 빈도를 0으로 추정하게도 될 것이다. 더군다나 이와 같은 결과의 가능성은 물론 소규모의 표본에만 놓여 있는 것은 아니다. 확실히 이와 같은 결과들은 우리의 직관에 반하는 일들이다.[40]

그러므로 주어진 언어 체계에 의존하고 있는 카르납의 귀납 논리의 강점이 부각되는 것은 바로 이와 같은 점에 있어서이다. 카르납의 새로운 귀납 논리에 있어서는 직접 추리를 제외한 여타의 추리에 있어서는 그 확증도 값이 이른바 "논리적 술어폭"(logical width)에 의존하고 있는 것이 특징이다. 먼저 카르납이 이와 같은 새로운 요소가 필요하다고 생각하는 이유부터 살펴보기로 하자. 예컨대 아직 관찰되지 않은 어느 한 개체가 성질 M을 가지리라는 것을 하나의 가설로 삼는다 해보자. 그런데 이 경우 성질 M은 두 개의 성질 P_1과 P_2의 연언, 즉 $P_1 \cdot P_2$와 같다고 가정하고, 지금까지 표본 중에 P_1의 몇몇 사례와 P_2의 몇몇 사례는 관찰되었지만, 그것의 연언인 M의 사례는 전혀 발견된 바 없다고 가정해 보기로 하자. 그렇다고 하더라도 이러한 상황 하에서 주어진 가설에 대한 논리적 확률을 0으로 삼을 수는 없다는 것이다. 왜냐하면 경험적으로는 그러한 사례가 비록 나타나지 않았다 할지라도 그것은 분명 "하나의 가능한 사례, 즉 주어진 증거와 논리적으로 양립 가능한 사례"이기 때문이라는 것이다.[41]

이른바 "논리적 술어폭"을 도입하기 위해서는 다시금 다소 복잡한 기법이 필요하다. 이를 위해 카르납은 이른바 "Q-술어"(Q-predicate)라는 것을 도입하는데, 예컨대 위의 3절에서의 상태 기술의 예로 되돌아가 보기로

---

40) Carnap, ***The Continuum of Inductive Methods***, Chicago : The Univ. of Chicago Press, 1952, p. 42 참조.

41) Ibid..

하자. 어느 한 언어 체계 내의 원초 술어들에 대해서도 역시 그 가능한 가장 강한 결합들을 생각할 수 있는데, 이와 같이 연언으로 결합된 원초 술어 및 그 부정들 각각을 하나의 Q-술어라 부른다. 위 3절의 예에서는 원초 술어가 오직 'P' 하나뿐이므로, 그 가능한 Q-술어는 오직 두 가지뿐이다. 즉 'Q_1'('P')과 'Q_2'('~P')의 두 가지이다. 따라서 만일 이와 같은 Q-술어를 써서 위에서의 상태 기술 중 두번째 것을 다시 바꿔 쓴다면 다음과 같다. 즉 'Q_1a_1. Q_2a_2'이다. 이와 같은 식으로 한다면 위의 성질 M과 같은 것도 결국 Q-술어들의 선언(disjuction)으로 표현 가능한데, 바로 이 때 포함된 Q-술어들의 갯수가 성질 M의 논리적 술어폭이 되는 셈이다. 카르납에 있어서는, 주어진 언어 체계 내에서 나타날 수 있는 총 Q-술어들의 갯수 κ와 어떤 성질의 술어폭 ω와의 비 ω/κ, 곧 그 성질의 "상대적 술어폭"(relative width)을 구하고자 하는 확증도에 있어 "논리적 요소"(logical factor)로서 보고 있다.[42]

이러한 관점하에서 카르납은 직접 추리에 있어서는 위 3절에서와 같은 결과가 나올 수밖에 없음을 밝히고 있다. 직접 추리에 있어서는 방금 지적한 논리적 요소에 관계없이 그 확증도 c-값이 바로 주어질 수 있기 때문이다. 즉 대칭적 c-함수로 충분한 것이다.

그렇다 하더라도 카르납의 직접 추리에 있어 확증도 c-값은 그 자체 표본에서의 해당 상대 빈도에 관한 추정치는 아니다. 다만 모집단에서의 상대 빈도를 증거로 할 때 표본에서의 그것에 대한 가설에 관한 조건 확률일 뿐이며, 그 양 빈도가 서로 일치할 때 그러한 확률이 가장 커짐을 의미할 뿐이다. 따라서 만일 주어진 표본의 결과를 기반으로 아직 알려져 있지 않은 어떤 모수를 직접 추정해 내고자 할 때에는 다른 방법을 사용할 필요가 있다. 카르납에 있어, 표본에 주어진 증거 문장을 기반으로 모집단에 관한 어떤 가설의 확증도 c-값을 구하는 것은 이른바 "역추리"(inverse (inductive) inference)이며, 주어진 증거 문장을 기반으로 알려져 있지 않은 어떤 모수를 구하려고 하는 것은 이른바 "역추정"(inverse estimation)이다.

이와 유사하게 카르납에 있어 "직접 추정"(direct estimation)은 모집단에서의 증거 문장을 기반으로 표본에서의 해당 값을 직접 구하고자 하는 것을

42) Ibid., p. 24.

의미하며, 이 경우 그 값은 모집단에서 이미 주어진 값과 동일함이 입증되었다.[43] 이것은 직접 추정 함수가 그러한 c-값에 기반을 두고 있으므로 자연스러운 결과일지 모른다. 그러나 역추정의 경우에는 그러한 논리적인 요소가 고려되지 않을 시에는 부당한 결과가 도출될 수 있다는 것이다.

사실상 카르납에 있어 표본에서 주어진 경험적 요소와 더불어 논리적 요소까지를 고려한 추정 함수는 무수히 많이 존재할 수 있다.[44] 이러한 추정 함수 중 특히 "예측 추정"(predictive estimation)의 함수는 중요하다 할 수 있는데, 이것은 일정한 표본으로부터 또 다른 표본으로의 추정을 말한다. 역추정이란 이와 같은 예측 추정 중 그 두번째 표본이 모집단에서 첫번째 표본을 제외한 나머지 부분에 해당하는 하나의 특수한 경우라 생각할 수 있다.

그런데 피셔의 최대 우도의 방법에 따른 추정치는 이와 같은 무수한 예측 추정 함수 중, 언어의 논리적 요소는 무시하고 오직 경험적 요소만을 고려한

---

43) Carnap, *Logical Foundations of Probability*, p. 547-8, T105-1a, h.

44) 카르납은 *The Continuum of Inductive methods*(op. cit.)에서 경험적 요소(empirical factor)와 논리적 요소를 고려해서 얻을 수 있는 무한한 c-함수를 λ를 매개 변수로 하여 제시하였으며, 이를 "λ-체계(λ-system)라 불렀다. 즉 크기 s인 표본 중에 술어 'M'으로 표현될 수 있는 성질을 가진 개체들의 수를 S_M이라 하면,, S/S_M이 "경험적 요소"가 되며, 이를 증거로 해서 주어진 표본을 넘어선 하나의 개체 역시 문제의 성질을 가지리라는 가설 h에 대한 확증도는 일반적으로 다음과 같이 제시할 수 있다(p. 30).

$$c(h, e) = \frac{S_M + (\omega/\varkappa)\lambda}{s + \lambda}$$

따라서 이와 같은 c-함수에 기반을 둔 추정 함수 역시 무한히 많이 존재할 수 있다(c-함수를 기반으로 한 일반적인 추정 함수에 관해서는 아래의 식(9) 참조). 특히 지금가 같이 표본을 넘어선 단 하나의 개체에 관한 이른바 "단칭 예측 추리"(singular predictive inference)의 경우에는, 주어진 표본을 증거로 한 모집단의 상대 빈도에 관한 추정 함수는 곧 위의 c-함수와 동일함이 밝혀지기도 하였다(Carnap, *Ligical Foundations of Probability*, op. cit., p. 551, T106-1c).

추정 함수, 곧 이른바 "직입율"(直入律, straight rule)에 따른 추정치일 따름이다. 추정에 있어 직입율이란, 예컨대 표본에서 어떤 성질에 관한 개체들의 상대 빈도가 s_i/s로 주어지면, 그에 따라 모집단에서의 해당 상대 빈도 역시 그와 동일하다고 보는 규칙을 말한다.[45] 그러나 이러한 규칙의 부당성은 이미 위에서 언급한 피셔의 최대 우도 방법이 안고 있는 난점을 통해 그대로 드러난 셈이다.

그러므로 카르납은 역추리의 c-값으로 다음을 제시하고 있으며,[46]

$$c^*(h, e) = \frac{\prod_{i=1}^{p} \binom{n_i + \omega_i - 1}{s_i + \omega_i - 1}}{\binom{n+\kappa-1}{n-s}} \qquad (8)$$

이와 같은 c-값을 기반으로 한 역추정 함수는 일반적으로 다음과 같이 주어질 수 있다.[47]

45) Carnap, *The Continuum of Inductive Methods*, op. cit., sec. 14. 이것은 λ-체계에 있어 곧 $\lambda=0$인 경우이다.

46) 여기서 c^*-함수는 대칭적 c-함수 중 이른바 "구조 기술"(structure-description)에 대해서도 똑같은 m-값을 부여한 c-함수를 말한다. 구조 기술이란, 예컨대 위의 상태 기술의 예에 있어 서로 동형인 상태 기술들, 곧 '$Pa_1.\sim Pa_2$', '$\sim Pa_1.Pa_2$'를 선언으로 결합한 '$Pa_1.\sim Pa_2$', '$\sim Pa_1.Pa_2$'를 말한다. 이 c^*-함수는 λ-체계에 있어 λ가 κ에 의존하는 경우 중 가장 간단한 $\lambda=\kappa$인 경우이기도 하다. (Carnap, *The Continuum of Inductive Methods*, op. cit., p. 45ff..)

식 (8)에 있어 ω_i는 성질 M_i(i=1부터 p)이 논리적 술어폭을 말하며, n_i와 s_i는 각각 모집단과 표본에 있어 해당 성질을 갖는 개체의 수를 말한다. 이러한 개체들의 수의 합이 각각 n과 s이다. (Carnap, *Logical Foundations of Probability*, op. cit., p. 570, Appendix sec. 110 E.)

47) Carnap, *Logical Foundations of Probability*, op. cit., p. 526, T100-1. 여기서 r_p(p=1부터 n)는 어떤 함수 $f(u)$의 값이며, h_p는 그 각각에 대해 $f(u)=r_p$를 주장하는 가설을 말한다.

$$e(f,u,e) = \sum_{p=1}^{n} [\, r_p \times c(h_p,e) \,] \qquad (9)$$

이와 같은 식들을 보면 여기에는 논리적 술어폭이 개입되어 있으므로, 단순히 경험적인 요소만이 고려된 피셔의 최대 우도 추정치가 갖는 앞서와 같은 난점은 제거된다 할 수 있다.

한편 일반적인 통계학자들은 모수에 대한 추정 함수가 갖추어야 할 바람직한 성질 중의 하나로 그것이 불편성(不偏性, unbiasedness)을 들고 있다. 즉 그 추정치의 평균이 모수의 실제값과 동일한 것이 바람직하다는 것이다.[48] 그런데 카르납의 분석에 의하면 그의 무수한 추정 함수들 중 이와 같이 불편적인 유일한 추정 함수는 오직 직입율에 따른 추정 함수뿐임이 밝혀진다.[49]

요컨대 피셔의 최대 우도 방법에 따른 추정 함수는 불편적인 추정 함수라는 것이다. 물론 우리가 그와 같은 불편성의 기준을 받아들인다고 하면 이 점에서 피셔의 최대 우도의 방법은 적절한 방법이라고 할 수 있을지 모른다. 그러나 앞서 추정에 관한 직입율이 안고 있는 난점을 고려한다면 오직 불편적인 최대 우도의 추정 함수만이 바람직한 것이라고는 말할 수 없다. 게다가 카르납은 좀더 일반적으로 추정치의 분산 및 평균 제곱 오류(mean square error)에 있어 불편 추정 함수인 직입율은 오히려 불편적이지 못한 여타 추정 함수보다도 열등함을 보여주고 있기도 하다.[50]

이와 같은 결과를 보면 카르납의 역추정에 있어 논리적 요소가 도입된 것은 일견 적절한 듯 보인다. 그러나 바로 이와 같은 요소로 인하여 동시에 카르납 자신의 역추정에 있어 새로운 난점이 발생하게 된다. 이와 같은 난점은 물론 그의 역추정에만 한정된 것은 아니고, 논리적 요소가 고려된 그의 확증도 전체에 걸친 문제인데, 곧 그와 같은 논리적 요소가 주어진 언어 체계에 의존하고 있으므로 그에 따른 확증도나 추정치들 역시 주어진 언어 체계에 의해 좌우될 수밖에 없다는 것이다. 그러므로, 네이글(E. Nagle)

48) H. Cramér, *Mathematical Methods of Statistics,* Princeton : Princeton Univ. Press, 1946, pp. 351, 478.
49) Carnap, *The Continuum of Inductive Methods,* op. cit., pp. 44, 74.
50) Ibid., p. 75. 여기서 평균 제곱 오류란, 어떤 변량에 대한 추정치의 오류, 즉 그 추정치와 변량 실제의 값 사이의 차를 제곱한 것의 평균을 말한다.

의 지적대로,[51] 심지어는 사회 과학에 있어 새로운 원초 술어의 도입을 통해 과학의 언어가 풍부하게 되었다는 사실만으로 다음에 알을 깨고 나올 까마귀가 검을 것이라는 가설에 대한 확증도나 그와 관련된 추정치가 바뀔 수도 있는 노릇이다. 물론 카르납은 그의 후기에 이와 같은 원초 술어의 변동에 영향을 받지 않는 새로운 체계를 제시하기도 하였다. 그러나 그의 새로운 체계에서는 초기에 갖고 있었던 증거적 지지도라는 개념을 포기하고 있는 상태이다.[52] 그러므로 만일 카르납의 후기의 귀납 논리가 그럼에도 불구하고 피셔의 우도와 어떤 관련성을 맺을 수 있는가를 보기 위해서라면 또 다른 세밀한 논의가 필요하다.

한편 카르납은 대칭적 c-함수나 좀더 특정한 c*-함수를 구함에 있어 역시 무차별의 원리를 사용하고 있다. 물론 카르납은 이 경우의 무차별 원리의 사용은, 케인즈가 지적한 것과 같은, 모순된 결과를 피할 수 있는 것이라는 주장을 펴고 있기는 하다.[53] 그의 언어 체계에 있어서는, Q-술어의 도움으로, 술어에 관해 있을 수 있는 가능성의 경우가 모두 엄밀하게 분류될 수 있기 때문이다. 그렇다 하더라도 이러한 문제는 아직 열려 있는 문제이다. 적어도 카르납의 초기에 있어서는 그와 같은 Q-술어 역시 주어진 언어 체계에 의존하고 있고, 그것이 언어 체계에 의존하고 있건 그렇지 않건 어떠한 경우이든 인식론적으로 과연 우리가 무지의 상태를 어떠한 식으로 처리할

51) E. Nagel, "Carnap's Theory of Induntion," in P. A. Schilpp (ed.), ***The Philosophy of Rudolf Carnap***, The Library of Living Philosophers, Vol. XI, La Salle : Open Court, 1963(pp. 785-825), p. 792.

52) 카르납의 후기 귀납 논리는 특히 그의 "Inductive Logic and Rational Decisions," in R. Carnap & R. C. Jeffrey(eds.), ***Studies in Inductive Logic and Probability***, Vol. I., Los Angeles : Univ. of California Press, 1971, pp. 5-31; "The Basic System of Inductive Logic" Part I, in Ibid., pp. 33-165; Part II, in R. C. Jeffery(ed.), Vol. II, Los Angeles : Univ. of California Press, 1980, pp. 7-155 등에 나타나 있다. 그가 후기에 들어 증거적 지지도라는 개념을 포기한 주이유는 보편 가설의 확증도 문제와 관련되어 있다. 즉 보편 가설에 있어서는 그 확증도가 매우 낮거나 0이 될 수 있는 것이다.

53) Carnap, ***The Continuum of Inductive Methods***, op. cit., pp. 39-40.

것인가에 대해서는 여전히 논란의 여지가 남아 있기 때문이다. 후자의 경우 우리는 예컨대, 에드워즈(A. W. F. Edwards)의 말대로, "결국 무지를 표현하는 방법 중에 아무 말도 하지 않는 것보다 더 나은 방법은 없다"[54]라는 입장을 취할 수도 있는 노릇이다.

사실 피셔는 자신의 우도는 이른바 추정 함수에 관한 "충분성"(sufficiency)의 조건을 만족시킨다는 주장을 하고 있다.[55] 즉 그것은 주어진 데이타가 해당 모집단에 관해 갖고 있는 모든 정보를 남김없이 포함하고 있다는 것이다. 예컨대 이항 분포 모델의 모집단으로부터 두 개의 표본을 추출한 결과, 그 각각의 성공과 실패의 수가 각각 a_1. b_1 및 a_2, b_2였다고 해보자. 그리고 이러한 결과들을 각각 R_1, R_2라 해보자 그렇다면 이 경우 모수 p에 관한 우도 함수 L은 다음과 같이 제시할 수 있다.[56]

$$L(p|R_1 \ \& \ R_2) = k_1 k_2 p^{a_1+a_2}(1-p)^{b_1+b_2} \qquad (10)$$

독립 시행의 이항 분포에 있어서는 성공 및 실패의 순서는 문제가 되지 않는다. 그런데 위 식 (10)을 보면, 만일 a_1+a_2의 수만 일정하다면, 그 우도의 값은 a_1나 a_2의 변화에 관계없이 언제나 일정함을 알 수 있다. 곧 지금의 우도 L은 모수 p에 관해 주어진 표본이 갖고 있는 모든 정보를 다 포함하고 있는 셈이다. 그리고 이러한 의미에 있어 표본 중의 성공과 실패의 수는 가설 p에 관해 "충분 통계량"(sufficient statistic)이라 부를 수 있게 된다.

만일 충분 통계량과 우도의 관계에 관한 피셔의 이와 같은 관점이 옳다고 하면, 경험적으로 주어진 표본상의 정보 외에, 언어에 기반을 둔 논리적인 요소나 a priori한 성격의 무차별한 원리는 불필요할 수도 있을 것이다.

54) Edwards, *Likelihood,* op. cit., p. 59.
55) Fisher, "On the Mathematical Foundations…," op. cit., secs. 4, 7.
56) Edwards, *Likelihood,* op. cit., p. 13.

결 어

피셔의 우도와 초기의 카르납의 확증도는 각각 나름의 형식을 갖고 있기는 하지만, 그것이 증거적 지지의 정도를 측정하는 척도라고 하는 점에서는 공통되다 할 수 있다. 피셔는 자신의 우도는 확률과 다르다는 사실을 거듭 강조하였지만, 우도의 근본적인 의도나 성격을 분석할 때, 그러한 의도나 성격의 관점에서는 초기 카르납의 확증도와 동일함이 밝혀진다.

그럼에도 불구하고 그 각각은 서로의 입장에서 상대의 척도를 비판할 수 있는 여지를 안고 있는데, 이러한 서로의 쟁점은 특히 어떤 모집단의 상대 빈도를 추정하는 데 집중되어 있다. 카르납은 피셔의 최대 우도의 방법이 받아들이기 어려운 직입율의 하나임을 주장하고 있다. 물론 피셔 스스로는 카르납을 비판하고 있지는 않다. 그러나 피셔를 비판하는 카르납 자체에 그 나름의 난점이 발견되며, 그러한 난점을 벗어날 수 있는 또 다른 면이 피셔에게 발견되기도 한다.

필자는 본논문을 통해 그 양자 중 어느 하나를 선호하려는 시도를 펼치지는 않았다. 다만 양자의 기본적인 성격을 드러내고, 그 차이에서 발견되는 각각의 난점을 드러내고자 노력하였다. 그 각각이 서로의 입장에서 난점을 갖고 있으므로, 오히려 그 양자가 지적하는 바를 개선해 가는 방향이 바람직할 것이다.

[참고문헌]

Barnett, V., *Comaprative Statistical Inference*, 2nd ed., New York : John Wiley & Sons, 1982.

Carnap, R., *Logical Foundations of Probability*(1950), London : Routledge & Kegan Paul, 1951.

_________, *The Continuum of Inductive Methods*, Chicago : The Univ. of Chicago Press, 1952.

_________, "Inductive Logic and Rational Decisions," in R. Carnap & R. C. Jeffrey(eds.), *Studies in Inductive Logic and Probability*, Vol. I, Los Angeles : Univ, of California Press, 1971, pp. 5-31.

_________, "A Basic System of Inductive Logic, "Part I, in Ibid., pp. 33-165; Part II, in R. C. Jeffrey(ed.), Vol II, Los Angeles : Univ. of California Press, 1980, pp. 7-155.

Cramér, H., *Mathematical Methods of Statistics*, Princeton : Princeton Univ. Press, 1946.

Edwards, A. W. F., *Likelihood*, Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1972.

Finetti, B. de, *Foresight : Its Logical Laws, its Subjuctive Sources*(1937) English trans. in H. E. Kyburg & H. E. Smokler(eds,), *Studies in Subjuctive Probability*, New York : John Wiley & Sons, 1964.

Fisher, R. A., "On the 'Probable Error' of a Coefficient of Correlation Deduced from a Small Sample," *Metron*, Vol. 1, No. 4, 1921, pp. 3-32.

____________, "On the Mathematical Foundations of Theoretical Statistics(1922), in W. A. Shewhart(ed.), *Contributions to Mathematical Statistics*, New York : John Wiley & Sons, 1950, No. 10, pp. 308-68.

____________, *Statistical Methods and Scientific inference*, New York : Hafner, 1956.

Hacking, I., *Logic of Statistical Inference*, Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1965.

Keynes, J. M., *A Treatise on Probability*, 2nd ed. (1929), London : Macmillan, 1957.

Kyburgh, H. E., *The Logical Foundations of Statistical Inference*, Dordrecht : D. Reidel, 1974.

Nagal, E., "Carnap's Theory of Induction," in P. A. Schilpp(ed.), *The Philosophy of Rudolf Carnap*, The Library of Living Philosophers, Vol. XI, La Salle : Open Court, 1963, pp. 758-852.

Ramsey, F. P., *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, London : Routledge & Kegan Paul, 1931.

Salmon, W. C., *The Foundations of Scientific Inference*, Pittsburgh : Univ. of Pittsburgh Press, 1967.

Savage, L. J., *The Foundations of Statistics*, New York : John Wiley & Sons, 1954.